

<b>ОГЛАВЛЕНИЕ</b>	
Предисловие . . . . .	19
Лекция 1 . . . . .	23
1.1. Линейные отображения и матрицы . . . . .	23
1.2. Умножение матриц . . . . .	24
1.3. Ассоциативность умножения матриц . . . . .	24
1.4. Некоммутативность умножения матриц . . . . .	25
1.5. Сложение матриц и умножение на число . . . . .	25
1.6. Умножение блочных матриц . . . . .	25
1.7. Вычислительный аспект умножения матриц . . . . .	26
1.8. Хороша ли программа? . . . . .	26
1.9. Метод Винограда . . . . .	27
1.10. Метод Штрассена . . . . .	27
1.11. Рекурсия для $(n \times n)$ -матриц . . . . .	28
Лекция 2 . . . . .	30
2.1. Множества и элементы . . . . .	30
2.2. Отображения, функции, операторы . . . . .	31
2.3. Алгебраические операции . . . . .	31
2.4. Ассоциативность и скобки . . . . .	32
2.5. Ассоциативность при умножении матриц . . . . .	33
2.6. Группы . . . . .	33
2.7. Примеры абелевых групп . . . . .	34
2.8. Группа невырожденных диагональных матриц . . . . .	34
2.9. Группа невырожденных треугольных матриц . . . . .	35
2.10. Подгруппы . . . . .	35

2.11. Степени элемента . . . . .	36
2.12. Циклические группы . . . . .	36
Лекция 3 . . . . .	37
3.1. Система линейных алгебраических уравнений . . . . .	37
3.2. Линейные комбинации . . . . .	37
3.3. Линейная зависимость . . . . .	38
3.4. Линейная независимость . . . . .	39
3.5. Транзитивность линейной зависимости . . . . .	40
3.6. Монотонность числа линейно независимых векторов . . . . .	40
3.7. Базис и размерность . . . . .	41
3.8. Дополнение до базиса . . . . .	42
3.9. Существование базиса . . . . .	42
3.10. Совместность системы линейных алгебраических уравнений . . . . .	43
Лекция 4 . . . . .	44
4.1. Индикатор линейной зависимости . . . . .	44
4.2. Подстановки и перестановки . . . . .	44
4.3. Циклы и транспозиции . . . . .	46
4.4. Четность подстановки . . . . .	47
4.5. Единственность индикатора линейной зависимости . . . . .	49
4.6. Определитель . . . . .	50
Лекция 5 . . . . .	52
5.1. Определитель транспонированной матрицы . . . . .	52
5.2. Определитель как функция столбцов (строк) матрицы . . . . .	53
5.3. Существование индикатора линейной зависимости . . . . .	54
5.4. Подматрицы и миноры . . . . .	55
5.5. Замечание о подстановках . . . . .	56
5.6. Разбиение множества подстановок на подмножества . . . . .	56
5.7. Теорема Лапласа . . . . .	58
5.8. Определитель блочно-треугольной матрицы . . . . .	59
Лекция 6 . . . . .	60
6.1. Обратная матрица . . . . .	60

<i>Оглавление</i>	5
6.2. Критерий обратимости матрицы . . . . .	61
6.3. Обращение и транспонирование . . . . .	62
6.4. Группа обратимых матриц . . . . .	62
6.5. Обращение невырожденной матрицы . . . . .	63
6.6. Правило Крамера . . . . .	64
6.7. Определитель произведения матриц . . . . .	64
6.8. Обратимость и невырожденность . . . . .	65
Лекция 7 . . . . .	67
7.1. Разделение переменных и матрицы . . . . .	67
7.2. Скелетное разложение . . . . .	67
7.3. Ранг матрицы . . . . .	68
7.4. Окаймление обратимой подматрицы . . . . .	69
7.5. Теорема о базисном миноре . . . . .	70
7.6. Ранги и матричные операции . . . . .	71
7.7. Однородная система линейных алгебраических уравнений . . . . .	73
7.8. Теорема Кронекера–Капелли . . . . .	75
7.9. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений . . . . .	75
7.10. Неустойчивость ранга . . . . .	76
Лекция 8 . . . . .	77
8.1. Исключение неизвестных . . . . .	77
8.2. Элементарные матрицы . . . . .	77
8.3. Ступенчатые матрицы . . . . .	80
8.4. Приведение к ступенчатой форме . . . . .	80
8.5. Приведение к диагональной форме . . . . .	81
8.6. Эквивалентные матрицы . . . . .	82
8.7. Метод Гаусса и $LU$ -разложение . . . . .	82
8.8. $LU$ -разложение и строго регулярные матрицы . . . . .	83
Лекция 9 . . . . .	85
9.1. Метод координат . . . . .	85
9.2. Направленные отрезки . . . . .	86
9.3. Отношение эквивалентности . . . . .	87
9.4. Свободный вектор . . . . .	89

<i>Оглавление</i>	6
9.5. Линейные операции над векторами . . . . .	89
9.6. Координаты вектора . . . . .	90
9.7. Изоморфизм и линейная зависимость . . . . .	91
9.8. Коллинеарные и компланарные векторы . . . . .	92
9.9. Прямая на плоскости . . . . .	93
9.10. Плоскость в пространстве . . . . .	94
9.11. Преобразование координат . . . . .	95
9.12. Полуплоскости и полупространства . . . . .	96
Лекция 10 . . . . .	98
10.1. Скалярное произведение геометрических векторов . . . . .	98
10.2. Скалярное произведение и координаты . . . . .	99
10.3. Об обобщениях . . . . .	99
10.4. Ориентация системы векторов . . . . .	100
10.5. Векторное и смешанное произведения . . . . .	101
10.6. Векторное произведение в декартовых координатах . . . . .	103
10.7. Смешанное произведение в декартовых координатах . . . . .	104
10.8. Нормали к прямой и плоскости . . . . .	105
10.9. Расстояние от точки до прямой на плоскости . . . . .	105
10.10. Расстояние от точки до плоскости . . . . .	106
10.11. Критерии параллельности вектора прямой и плоскости . . . . .	106
Лекция 11 . . . . .	108
11.1. Линейные пространства . . . . .	108
11.2. Примеры бесконечномерных линейных пространств . . . . .	110
11.3. Примеры конечномерных линейных пространств . . . . .	111
11.4. Базис и размерность . . . . .	112
11.5. Подпространства линейного пространства . . . . .	113
11.6. Сумма и пересечение подпространств . . . . .	114
Лекция 12 . . . . .	116
12.1. Разложение по базису . . . . .	116
12.2. Изоморфизм линейных пространств . . . . .	117
12.3. Пространство многочленов . . . . .	118
12.4. Прямая сумма подпространств . . . . .	120

12.5. Дополнительные пространства и проекции . . . . .	122
12.6. Вычисление подпространства . . . . .	123
Лекция 13 . . . . .	126
13.1. Линейные многообразия . . . . .	126
13.2. Аффинные множества . . . . .	127
13.3. Гиперплоскости . . . . .	128
13.4. Полупространства . . . . .	129
13.5. Выпуклые множества . . . . .	130
Лекция 14 . . . . .	132
14.1. Комплексные числа . . . . .	132
14.2. Комплексная плоскость . . . . .	133
14.3. Преобразования плоскости . . . . .	135
14.4. Корни из единицы . . . . .	137
14.5. Группа корней степени $n$ из единицы . . . . .	138
14.6. Матрицы с комплексными элементами . . . . .	139
Лекция 15 . . . . .	140
15.1. Кольца и поля . . . . .	140
15.2. Делители нуля . . . . .	141
15.3. Кольцо вычетов . . . . .	142
15.4. Вложения и изоморфизмы . . . . .	144
15.5. Число элементов в конечном поле . . . . .	145
15.6. Поле частных . . . . .	146
Лекция 16 . . . . .	148
16.1. Линейные пространства над полем . . . . .	148
16.2. Многочлены над полем . . . . .	150
16.3. Кольцо многочленов . . . . .	151
16.4. Деление с остатком . . . . .	152
16.5. Наибольший общий делитель . . . . .	153
16.6. Значения многочлена и корни . . . . .	154
16.7. Присоединение корня . . . . .	155

Лекция 17 . . . . .	157
17.1. Комплексные многочлены . . . . .	157
17.2. Последовательности комплексных чисел . . . . .	157
17.3. Непрерывные функции на комплексной плоскости . . . . .	158
17.4. Свойства модуля многочлена . . . . .	159
17.5. Основная теорема алгебры . . . . .	160
17.6. Разложение комплексных многочленов . . . . .	161
17.7. Разложение вещественных многочленов . . . . .	162
Лекция 18 . . . . .	165
18.1. Формулы Виета . . . . .	165
18.2. Многочлены от $n$ переменных . . . . .	165
18.3. Лексикографическое упорядочение . . . . .	166
18.4. Симметрические многочлены . . . . .	167
18.5. Ньютоновы суммы . . . . .	169
Лекция 19 . . . . .	170
19.1. Алгебраические многообразия . . . . .	170
19.2. Квадратичные многочлены от двух переменных . . . . .	171
19.3. Поворот декартовой системы координат . . . . .	171
19.4. Сдвиг декартовой системы координат . . . . .	173
19.5. Эллипс . . . . .	175
19.6. Гипербола . . . . .	177
19.7. Парабола . . . . .	179
Лекция 20 . . . . .	181
20.1. Квадратичные многочлены от трех переменных . . . . .	181
20.2. Декартовы системы и ортогональные матрицы . . . . .	181
20.3. Метод вращений . . . . .	183
20.4. Вложенные подпоследовательности . . . . .	184
20.5. Диагонализация в пределе . . . . .	185
20.6. Диагонализация вещественных симметричных матриц . . . . .	186
Лекция 21 . . . . .	189
21.1. Приведенные уравнения поверхности второго порядка . . . . .	189

21.2. Эллипсоид . . . . .	190
21.3. Однополостный гиперболоид . . . . .	191
21.4. Линейчатая поверхность . . . . .	191
21.5. Двуполостный гиперболоид . . . . .	193
21.6. Эллиптический конус . . . . .	193
21.7. Эллиптический параболоид . . . . .	193
21.8. Гиперболический параболоид . . . . .	194
21.9. Цилиндрические поверхности . . . . .	194
Лекция 22 . . . . .	195
22.1. Нормированное пространство . . . . .	195
22.2. Выпуклые функции и неравенства . . . . .	196
22.3. Неравенства Гёльдера и Минковского . . . . .	197
22.4. Нормы Гёльдера . . . . .	198
22.5. Зачем нужны нормы? . . . . .	199
22.6. Нормы в бесконечномерном пространстве . . . . .	200
22.7. Метрическое пространство . . . . .	201
22.8. Пределы и полнота . . . . .	201
Лекция 23 . . . . .	203
23.1. Множества в метрическом пространстве . . . . .	203
23.2. Компактность и непрерывность . . . . .	204
23.3. Компактность единичной сферы . . . . .	205
23.4. Эквивалентные нормы . . . . .	206
23.5. Компактность замкнутых ограниченных множеств . . . . .	207
23.6. Наилучшие приближения . . . . .	208
Лекция 24 . . . . .	210
24.1. Евклидово пространство . . . . .	210
24.2. Унитарное пространство . . . . .	210
24.3. Билинейные и полуторалинейные формы . . . . .	211
24.4. Длина вектора . . . . .	212
24.5. Тожество параллелограмма . . . . .	213
24.6. Ортогональность векторов . . . . .	215
24.7. Ортогональность множеств . . . . .	216

24.8. Ортогональная сумма подпространств . . . . .	216
Лекция 25 . . . . .	218
25.1. Матрица Грама . . . . .	218
25.2. Скалярное произведение в конечномерном пространстве . . . . .	219
25.3. Перпендикуляр и проекция . . . . .	220
25.4. Ортогональные системы . . . . .	222
25.5. Процесс ортогонализации . . . . .	223
25.6. Дополнение до ортогонального базиса . . . . .	224
25.7. Биортогональные системы . . . . .	224
25.8. $QR$ -разложение матрицы . . . . .	225
Лекция 26 . . . . .	228
26.1. Линейные функционалы . . . . .	228
26.2. Сопряженное пространство . . . . .	229
26.3. Примеры линейных функционалов . . . . .	230
26.4. Размерность дополнительного пространства . . . . .	230
26.5. Линейные функционалы и гиперплоскости . . . . .	231
26.6. Опорные гиперплоскости . . . . .	232
Лекция 27 . . . . .	236
27.1. Линейные операторы . . . . .	236
27.2. Непрерывность и ограниченность . . . . .	236
27.3. Операторная норма . . . . .	237
27.4. Матричная норма . . . . .	239
27.5. Норма Фробениуса . . . . .	239
27.6. Сохранение норм . . . . .	240
27.7. Унитарно инвариантные нормы . . . . .	241
27.8. Сингулярное разложение матрицы . . . . .	242
Лекция 28 . . . . .	245
28.1. Матрица линейного оператора . . . . .	245
28.2. Произведение линейных операторов . . . . .	246
28.3. Переход к другим базисам . . . . .	247
28.4. Преобразование подобия . . . . .	248

28.5. Инвариантные подпространства . . . . .	249
28.6. Ядро и образ линейного оператора . . . . .	250
28.7. Обратный оператор . . . . .	251
28.8. Ортогональные дополнения ядра и образа . . . . .	252
Лекция 29 . . . . .	254
29.1. Диагонализуемые матрицы . . . . .	254
29.2. Собственные значения и собственные векторы . . . . .	255
29.3. Собственные векторы для различных собственных значений . . . . .	256
29.4. Характеристическое уравнение . . . . .	257
29.5. Алгебраическая кратность собственного значения . . . . .	258
29.6. Характеристический многочлен и подобие . . . . .	258
29.7. Приведение к почти треугольной матрице . . . . .	259
29.8. Матрицы Фробениуса . . . . .	260
29.9. Вычисление характеристического многочлена . . . . .	261
Лекция 30 . . . . .	263
30.1. Одномерные инвариантные подпространства . . . . .	263
30.2. Геометрическая кратность собственного значения . . . . .	264
30.3. Матричное выражение инвариантности . . . . .	264
30.4. Сужение оператора на подпространство . . . . .	265
30.5. Инвариантные пространства и сдвиги . . . . .	265
30.6. Треугольная форма матрицы . . . . .	265
30.7. Спектральный радиус . . . . .	266
30.8. Теорема Шура . . . . .	268
30.9. Делители и подпространства . . . . .	269
Лекция 31 . . . . .	270
31.1. Многочлены от матрицы . . . . .	270
31.2. Корневые пространства . . . . .	270
31.3. Нильпотентные операторы . . . . .	272
31.4. Корневое разложение . . . . .	272
31.5. Блочнo-диагональная форма матрицы . . . . .	273
31.6. Теорема Гамильтона–Кэли . . . . .	274

Лекция 32 . . . . .	276
32.1. Минимальное инвариантное подпространство . . . . .	276
32.2. Жордановы цепочки . . . . .	277
32.3. Жорданова форма матрицы . . . . .	277
32.4. Индекс собственного значения . . . . .	278
32.5. Жорданов базис в корневом пространстве . . . . .	279
32.6. Существование и единственность жордановой формы . . . . .	280
32.7. Инвариантные подпространства для вещественных матриц . . . . .	281
32.8. Вещественный аналог жордановой формы . . . . .	282
32.9. Вычисление жордановой формы . . . . .	283
Лекция 33 . . . . .	286
33.1. Нормальные матрицы . . . . .	286
33.2. Унитарные матрицы . . . . .	287
33.3. Матрицы отражения и вращения . . . . .	288
33.4. Эрмитовы матрицы . . . . .	289
33.5. Эрмитово разложение . . . . .	289
33.6. Неотрицательная и положительная определенность . . . . .	290
33.7. Квадратный корень . . . . .	291
33.8. Блочнo-диагональная форма вещественной нормальной матрицы . . . . .	292
33.9. Блочнo-диагональная форма ортогональной матрицы . . . . .	292
Лекция 34 . . . . .	294
34.1. Матрица Фурье . . . . .	294
34.2. Циркулянтные матрицы . . . . .	295
34.3. Алгебры матриц . . . . .	297
34.4. Одновременное приведение к треугольному виду . . . . .	298
34.5. Быстрое преобразование Фурье . . . . .	299
Лекция 35 . . . . .	302
35.1. Сингулярные числа и сингулярные векторы . . . . .	302
35.2. Полярное разложение . . . . .	303
35.3. Выводы из сингулярного разложения . . . . .	304
35.4. Сингулярное разложение и решение систем . . . . .	305

35.5. Метод наименьших квадратов . . . . .	305
35.6. Псевдообратная матрица . . . . .	307
35.7. Наилучшие аппроксимации с понижением ранга . . . . .	307
35.8. Расстояние до множества вырожденных матриц . . . . .	309
 Лекция 36 . . . . .	 310
36.1. Квадратичные формы . . . . .	310
36.2. Конгруэнтность . . . . .	311
36.3. Канонический вид квадратичной формы . . . . .	311
36.4. Закон инерции . . . . .	312
36.5. Эрмитова конгруэнтность . . . . .	313
36.6. Канонический вид пары квадратичных форм . . . . .	313
36.7. Метод Лагранжа . . . . .	314
36.8. Метод квадратного корня . . . . .	315
36.9. Критерий положительной определенности . . . . .	318
 Лекция 37 . . . . .	 319
37.1. Разделение собственных значений эрмитовой матрицы . . . . .	319
37.2. Вариационные свойства собственных значений . . . . .	321
37.3. Возмущения собственных значений . . . . .	322
37.4. Соотношения разделения . . . . .	323
37.5. Критерий неотрицательной определенности . . . . .	325
37.6. Вариационные свойства сингулярных чисел . . . . .	326
37.7. Разделение сингулярных чисел . . . . .	327
 Лекция 38 . . . . .	 328
38.1. Сопряженный оператор . . . . .	328
38.2. Матрица сопряженного оператора . . . . .	330
38.3. Нормальный оператор . . . . .	330
38.4. Самосопряженный оператор . . . . .	331
38.5. Минимизация на подпространствах . . . . .	332
38.6. Метод сопряженных градиентов . . . . .	333
38.7. Двучленные формулы . . . . .	334

Лекция 39 . . . . .	335
39.1. Спектральные задачи . . . . .	335
39.2. Непрерывность корней многочлена . . . . .	336
39.3. Возмущение спектра матрицы . . . . .	339
39.4. Преобразования отражения и вращения . . . . .	339
39.5. Приведение к треугольному виду . . . . .	340
39.6. Приведение к почти треугольному виду . . . . .	341
39.7. Приведение к двухдиагональному виду . . . . .	341
39.8. Вычисление сингулярных чисел . . . . .	342
 Лекция 40 . . . . .	 344
40.1. Многомерные массивы и матрицы . . . . .	344
40.2. Трехмерные массивы и трилинейные разложения . . . . .	345
40.3. Сечения трехмерного массива . . . . .	345
40.4. Примеры трилинейных разложений . . . . .	346
40.5. Все не так . . . . .	347
40.6. Эквивалентные трилинейные разложения . . . . .	348
40.7. Единственность с точностью до эквивалентности . . . . .	349
40.8. Тензорный ранг и умножение матриц . . . . .	351
 Дополнение к лекции 1 . . . . .	 354
<b>D</b> 1.1. Параллельная форма алгоритма . . . . .	354
<b>D</b> 1.2. Схема сдваивания и параллельное умножение матриц . . . . .	354
<b>D</b> 1.3. Матрицы и рекуррентные вычисления . . . . .	355
<b>D</b> 1.4. Модели и реальность . . . . .	356
 Дополнение к лекции 2 . . . . .	 357
<b>D</b> 2.1. Конечные группы . . . . .	357
<b>D</b> 2.2. Смежные классы, нормальные делители, фактор-группы . . . . .	358
<b>D</b> 2.3. Изоморфизмы групп . . . . .	358
<b>D</b> 2.4. Гомоморфизмы групп . . . . .	359
<b>D</b> 2.5. Избыточность в определении группы . . . . .	360
 Дополнение к лекции 4 . . . . .	 361
<b>D</b> 4.1. Знакопеременная группа . . . . .	361

<b>D 4.2.</b> Подгруппы симметрической группы . . . . .	362
<b>D 4.3.</b> Четность без инверсий . . . . .	362
Дополнение к лекции 5 . . . . .	364
<b>D 5.1.</b> Функциональное доказательство теоремы Лапласа . . . . .	364
<b>D 5.2.</b> Определители с нулевыми членами . . . . .	365
Дополнение к лекции 6 . . . . .	367
<b>D 6.1.</b> Матрицы с диагональным преобладанием . . . . .	367
<b>D 6.2.</b> Определитель и возмущения . . . . .	368
Дополнение к лекции 8 . . . . .	369
<b>D 8.1.</b> Выбор ведущего элемента . . . . .	369
<b>D 8.2.</b> Вычисление обратной матрицы . . . . .	371
Дополнение к лекции 13 . . . . .	373
<b>D 13.1.</b> Аффинная независимость . . . . .	373
<b>D 13.2.</b> Линейные неравенства и минимизация . . . . .	374
Дополнение к лекции 14 . . . . .	376
<b>D 14.1.</b> Квадратные уравнения . . . . .	376
<b>D 14.2.</b> Кубические уравнения . . . . .	376
<b>D 14.3.</b> Уравнения четвертой степени . . . . .	377
Дополнение к лекции 16 . . . . .	379
<b>D 16.1.</b> Мультипликативная группа поля вычетов . . . . .	379
<b>D 16.2.</b> Результант . . . . .	379
<b>D 16.3.</b> Построения циркулем и линейкой . . . . .	381
<b>D 16.4.</b> Конечные расширения полей . . . . .	383
<b>D 16.5.</b> Круговые многочлены простой степени . . . . .	384
<b>D 16.6.</b> Правильные $n$ -угольники . . . . .	386
<b>D 16.7.</b> Эндоморфизмы и автоморфизмы . . . . .	387
<b>D 16.8.</b> Алгебраические числа . . . . .	389

Дополнение к лекции 17 . . . . .	391
<b>D 17.1.</b> Кратные корни и производные . . . . .	391
<b>D 17.2.</b> Разностные уравнения с постоянными коэффициентами . . . . .	392
<b>D 17.3.</b> Поле разложения . . . . .	394
<b>D 17.4.</b> Корни многочленов над произвольным полем . . . . .	395
Дополнение к лекции 18 . . . . .	397
<b>D 18.1.</b> Еще одно доказательство основной теоремы алгебры . . . . .	397
<b>D 18.2.</b> Нормальные поля и поля разложения . . . . .	398
<b>D 18.3.</b> Радикальные расширения . . . . .	399
<b>D 18.4.</b> Автоморфизмы и расширения . . . . .	400
<b>D 18.5.</b> Расширения Галуа . . . . .	400
<b>D 18.6.</b> Промежуточные поля и подгруппы . . . . .	401
<b>D 18.7.</b> Разрешимость алгебраических уравнений . . . . .	402
<b>D 18.8.</b> Нормальные делители симметрической группы . . . . .	403
<b>D 18.9.</b> Группы при построении правильных многоугольников . . . . .	404
Дополнение к лекции 19 . . . . .	406
<b>D 19.1.</b> Классификация линий второго порядка . . . . .	406
<b>D 19.2.</b> Инварианты линии второго порядка . . . . .	406
<b>D 19.3.</b> Определение типа линии . . . . .	407
Дополнение к лекции 22 . . . . .	409
<b>D 22.1.</b> Пополнение пространства . . . . .	409
Дополнение к лекции 23 . . . . .	411
<b>D 23.1.</b> Подпространства и замкнутость . . . . .	411
<b>D 23.2.</b> Единичная сфера в бесконечномерном пространстве . . . . .	411
<b>D 23.3.</b> Геометрические свойства единичных шаров . . . . .	412
<b>D 23.4.</b> Топологические пространства . . . . .	413
<b>D 23.5.</b> Компактные множества в топологическом пространстве . . . . .	414
Дополнение к лекции 25 . . . . .	416
<b>D 25.1.</b> Потеря ортогональности при вычислениях . . . . .	416

<b>D</b> 25.2. Обобщение теоремы о перпендикуляре. . . . .	417
Дополнение к лекции 26 . . . . .	419
<b>D</b> 26.1. Строение выпуклых множеств. . . . .	419
<b>D</b> 26.2. Линейные неравенства . . . . .	420
<b>D</b> 26.3. Поиск точки в пересечении гиперплоскостей . . . . .	421
<b>D</b> 26.4. Линейные функционалы и скалярные произведения . . . . .	422
<b>D</b> 26.5. Дуальные нормы . . . . .	423
Дополнение к лекции 27 . . . . .	426
<b>D</b> 27.1. Выбор базиса . . . . .	426
<b>D</b> 27.2. Базисы в пространстве многочленов . . . . .	427
Дополнение к лекции 32 . . . . .	429
<b>D</b> 32.1. Минимальный многочлен матрицы . . . . .	429
<b>D</b> 32.2. Жорданова форма: прямое доказательство по индукции . . . . .	430
Дополнение к лекции 34 . . . . .	432
<b>D</b> 34.1. Свертки . . . . .	432
<b>D</b> 34.2. Сложность преобразования Фурье . . . . .	433
<b>D</b> 34.3. Быстрые приближенные вычисления . . . . .	434
Дополнение к лекции 35 . . . . .	437
<b>D</b> 35.1. Общий вид унитарно инвариантных норм . . . . .	437
Дополнение к лекции 36 . . . . .	438
<b>D</b> 36.1. Гиперповерхности второго порядка . . . . .	438
<b>D</b> 36.2. Геометрические свойства гиперповерхностей . . . . .	439
Дополнение к лекции 37 . . . . .	442
<b>D</b> 37.1. Эрмитово возмущение заданного ранга . . . . .	442
<b>D</b> 37.2. Собственные значения и сингулярные числа . . . . .	443
<b>D</b> 37.3. Мажоризация и неравенства . . . . .	444

Дополнение к лекции 38 . . . . .	448
<b>D</b> 38.1. Число итераций. . . . .	448
<b>D</b> 38.2. Как убывают нормы невязок . . . . .	448
<b>D</b> 38.3. Оценка с помощью многочленов Чебышёва . . . . .	449
<b>D</b> 38.4. Предобусловленный метод сопряженных градиентов. . . . .	451
<b>D</b> 38.5. Обобщения метода сопряженных градиентов . . . . .	452
Дополнение к лекции 39 . . . . .	456
<b>D</b> 39.1. Локализация собственных значений . . . . .	456
<b>D</b> 39.2. Расстояние между спектрами нормальных матриц . . . . .	457
Дополнение к лекции 40 . . . . .	460
<b>D</b> 40.1. Преобразования массивов с помощью матриц . . . . .	460
<b>D</b> 40.2. Ортогональные преобразования массивов. . . . .	460
<b>D</b> 40.3. Разложение Таккера . . . . .	461
Литература . . . . .	464
Предметный указатель . . . . .	466