

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие к первому изданию	9
Предисловие к третьему изданию	10
Глава I. ТЕОРИЯ ПОЛЯ	11
§1. Введение	11
1. Понятие поля (11). 2. Скалярное поле (12). 3. Векторные линии, поток, дивергенция (13). 4. Линейный интеграл, циркуляция, ротор (16).	
§2. Оператор Гамильтона.	18
1. Операции первого порядка (18). 2. Правила действий (20). 3. Интегральные формулы (21). 4. Операции второго порядка (22). 5. Разрывные поля (23).	
§3. Специальные типы полей	25
1. Потенциальные поля (25). 2. Безвихревое поле в многосвязной области (26). 3. Соленоидальные поля (28). 4. Примеры (31). 5. Ньютонов потенциал (33). 6. Построение векторного поля по заданному ротору и дивергенции (35).	
Глава II. ТЕОРИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ	37
§1. Введение	37
§2. Дифференцирование и отображения.	40
1. Производная (40). 2. Условия Коши–Римана (41). 3. Сопряженные гармонические функции (42). 4. Геометрический смысл производной (43). 5. Конформные отображения (44). 6. Линейные отображения (45). 7. Расширенная комплексная плоскость (46). 8. Дробно-линейное отображение (47). 9. Степенные отображения (50). 10. Многозначные функции и точки разветвления (52). 11. Отображение $w = \frac{c}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$ (55). 12. Показательное и связанные с ним отображения (58). 13. Поверхность Римана (60). 14. Приложение к теории плоских полей (61). 15. Примеры (64). 16. Краевые задачи и конформные отображения (66). 17. Общие замечания о конформных отображениях (69). 18. Применение метода малого параметра (72).	
§3. Интегрирование и степенные ряды.	75
1. Интеграл (75). 2. Интеграл от аналитической функции (76). 3. Ряды Лорана (78). 4. Разложение аналитической функции в ряд Лорана (79). 5. Ряд Тейлора (82). 6. Аналитические отображения	

и принципы максимума (85). 7. Аналитическое продолжение (87). 8. Варианты (90).	
§4. Особые точки и нули.	94
1. Изолированные особые точки (94). 2. Полус (95). 3. Теорема Коши о вычетах (97). 4. Применение к несобственным интегралам (99). 5. Интегральные формулы Пуассона (107). 6. Поведение функции на бесконечности (110). 7. Логарифмические вычеты (112). 8. Теорема Руше (113). 9. Зависимость нулей от параметра (114). 10. Нули многочленов (117). 11. Результат двух многочленов (121). 12. Мероморфные функции (122). 13. Формула Кристоффеля–Шварца (126). 14. Понятие об эллиптических функциях (129).	
§5. Асимптотические разложения.	131
1. Введение (131). 2. Свойства (133). 3. Интеграл типа Фурье (136). 4. Интеграл с параметром в вещественном показателе (139). 5. Метод перевала (143).	
Глава III. ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.	147
§1. Общая теория.	147
1. Преобразование Лапласа (147). 2. Образы простых функций (149). 3. Основные свойства преобразования Лапласа (151). 4. Обратное преобразование Лапласа (154). 5. Разложение прообраза в сумму (158). 6. Численное определение прообраза (162).	
§2. Приложения.	163
1. Основная идея (163). 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения (164). 3. Разностные и дифференциально-разностные уравнения (168). 4. Интегральные и интегро-дифференциальные уравнения (169). 5. Уравнения с частными производными (170).	
§3. Варианты.	174
1. Дискретное преобразование Лапласа (174). 2. Преобразование Фурье растущих функций (176). 3. Другие интегральные преобразования на бесконечном интервале (178). 4. Интегральные преобразования на конечном интервале (182).	
Глава IV. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА.	185
§1. Сопряженные отображения.	186
1. Прямая сумма (186). 2. Инвариантные подпространства (187). 3. Сопряженные отображения (188). 4. Разложение, связанное с сопряженными отображениями (189). 5. Отображение пространства в себя (191). 6. Самосопряженное отображение (192). 7. Экстремальное свойство собственных значений (193).	
§2. Квадратичные формы.	195
1. Введение (195). 2. Закон инерции квадратичных форм (197). 3. Метод Якоби и теорема Сильвестра (197). 4. Одновременное приведение двух квадратичных форм к диагональному виду (199).	
§3. Структура линейного отображения.	200
1. Отображение с единственным собственным вектором (200). 2. Отображение с единственным собственным значением (203).	

3. Общий случай (204). 4. Отображение вещественного пространства (207). 5. Применение к вычислению функций от матриц (209). 6. Другое представление отображения вещественного пространства (211). 7. Структура перестановочных отображений (213).	
§4. Некоторые численные методы.	214
1. Метод Гаусса (214). 2. Норма матрицы и обусловленность системы (216). 3. Метод улучшения невязки (218). 4. Спектр симметрической матрицы (219). 5. Метод Якоби (220). 6. Вычисление старшего собственного значения путем итераций (221). 7. Вычисление последующих собственных значений (223). 8. Матрицы с неотрицательными элементами (224). 9. Метод А. Н. Крылова (226). 10. Метод малого параметра (226). 11. Метод непрерывного продолжения (227).	
§5. Задачи линейного программирования.	230
1. Основная задача (230). 2. Примеры (231). 3. Геометрические замечания (232). 4. Геометрический смысл основной задачи (235). 5. Стандартный вид основной задачи (236). 6. Метод последовательного улучшения решения (238). 7. Приложение к матричным играм (241). 8. Варианты (248).	
Глава V. ТЕНЗОРЫ.	251
§1. Тензорная алгебра.	252
1. Примеры (252). 2. Евклидовы тензоры, общее определение (254). 3. Действия над тензорами (255). 4. Тензоры 2-го ранга (257). 5. Примеры из механики (258). 6. Общие аффинные тензоры (260). 7. Аффинные тензоры в евклидовом пространстве (262). 8. Индефинитные метрические формы (264). 9. Замечание о размерностях (266).	
§2. Тензорные поля.	267
1. Поле евклидова тензора (267). 2. Поступательный перенос вектора в криволинейных координатах (269). 3. Ковариантное дифференцирование (272). 4. Поле на многообразии евклидова пространства (275). 5. Внутренняя геометрия и римановы пространства (277).	
Глава VI. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.	281
§1. Первая вариация и необходимые условия экстремума.	281
1. Примеры задач вариационного исчисления (281). 2. Функционал (284). 3. Функциональные пространства (285). 4. Вариация функционала (289). 5. Уточнение (292). 6. Необходимое условие экстремума (294). 7. Уравнение Эйлера (295). 8. Примеры (298). 9. Функционалы с производными высшего порядка (300). 10. Функционалы от нескольких функций (301). 11. Функционалы от функций нескольких переменных (303). 12. Условный экстремум с интегральными связями (305). 13. Условный экстремум с конечными или дифференциальными связями (308). 14. Задачи, сводящиеся к задаче Лагранжа (311). 15. Задачи с подвижными концами на плоскости (312). 16. Условия	

трансверсальности (314). 17. Задачи с подвижными концами в пространстве (316). 18. Трансверсальность для функций нескольких переменных (318). 19. Высвобождающие связи (320). 20. Разрывные задачи (321).	
§2. Вторая вариация и достаточные условия экстремума.	324
1. Вариации высших порядков (324). 2. Условия экстремума в терминах второй вариации (326). 3. Необходимые условия Лежандра (327). 4. Квадратичный функционал (328). 5. Условия Якоби (331). 6. Геодезические линии (334). 7. Условия сильного экстремума (337). 8. Вариационная теория собственных значений (338). 9. О существовании минимума (343). 10. Основное условие минимума (345). 11. Зависимость собственных значений от функционала (348).	
§3. Канонические уравнения и вариационные принципы.	350
1. Канонические уравнения (350). 2. Первые интегралы (352). 3. Канонические преобразования (353). 4. Контактные преобразования (355). 5. Теорема Нётер (357). 6. Случай функций нескольких переменных (360). 7. Уравнение Гамильтона–Якоби (361). 8. Плоскость Лобачевского (364). 9. Вариационные принципы (366). 10. Принцип Гамильтона в простейшем случае (368). 11. Принцип Гамильтона для систем с конечным числом степеней свободы (370). 12. Принцип Гамильтона для сплошных сред. Струна (373). 13. Стержень и пластинка (376). 14. Общая схема вариационного подхода к физическим полям (379). 15. Уравнения движения упругой среды (382). 16. Диссипативные системы (384). 17. Принцип минимума потенциальной энергии (385). 18. Примеры (387). 19. Запас устойчивости (389). 20. Вариационные принципы в конформных отображениях (391).	
§4. Прямые методы.	392
1. Метод Ритца для квадратичного функционала (393). 2. Применение к решению краевых задач (399). 3. Метод счетного множества переменных (400). 4. Метод Ритца для функционалов от функций нескольких переменных (402). 5. Метод Трефтца (406). 6. Метод Ритца для собственных значений (408). 7. Метод Ритца для неквадратичных функционалов (410). 8. Метод наименьших квадратов (413). 9. Метод Канторовича (414). 10. Метод Эйлера (416).	
Глава VII. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.	419
§1. Введение.	419
1. Примеры (419). 2. Основные классы интегральных уравнений (421). 3. Еще о пространстве Гильберта (423).	
§2. Теория Фредгольма.	424
1. Уравнения с вырожденными ядрами (424). 2. Общий случай (430). 3. Применение бесконечных систем алгебраических уравнений (434). 4. Применение численного интегрирования (437). 5. Уравнения с малыми ядрами (441). 6. Принцип сжимающих отображений (444). 7. Возмущение ядра (447). 8. Характер решений (449). 9. Уравнения Вольтерра 2-го	

рода (450). 10. Уравнения со слабой особенностью (452). 11. Уравнения с вполне непрерывными операторами (454). 12. Уравнения с положительными ядрами (456).	
§3. Уравнения с симметричными ядрами.	457
1. Аналогия с конечномерными уравнениями (457). 2. Разложение ядра по собственным функциям (458). 3. Следствия (460). 4. Переход от несимметричного ядра к симметричному (464). 5. Экстремальное свойство характеристических чисел (466). 6. Уравнения с самосопряженными операторами (469).	
§4. Некоторые специальные классы уравнений.	472
1. Уравнения Вольтерра 1-го рода (472). 2. Уравнения Фредгольма 1-го рода с симметричным ядром (475). 3. Понятие о некорректных задачах (477). 4. Уравнения Фредгольма 1-го рода, общий случай (477). 5. Применение производящих функций (480). 6. Уравнение Вольтерра с разностным ядром (484). 7. Уравнение Фредгольма с разностным ядром на оси (486). 8. Уравнение Фредгольма с разностным ядром на полуоси (492).	
§5. Сингулярные интегральные уравнения.	496
1. Сингулярные интегралы (496). 2. Формулы обращения (499). 3. Непосредственное применение формул обращения (501). 4. Переход к краевой задаче, простой пример (503). 5. Общий замкнутый контур (506). 6. Незамкнутый контур (510). 7. Приведение к бесконечной системе алгебраических уравнений (512).	
§6. Нелинейные интегральные уравнения.	514
1. Переход к конечным уравнениям (514). 2. Метод итераций (516). 3. Метод малого параметра (518). 4. Применение теории симметричных ядер (520). 5. Применение теории неподвижных точек (521). 6. Вариационные методы (524). 7. Уравнения с параметром (525). 8. Разветвление решений (526).	
Глава VIII. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.	531
§1. Линейные уравнения и системы.	531
1. Общие свойства (531). 2. Периодические системы (536). 3. Уравнение Хилла (538). 4. Параметрический резонанс (543). 5. Гамильтоновы системы (544). 6. Неоднородные системы (546). 7. Почти-периодические функции (549). 8. Асимптотическое разложение решений при $t \rightarrow \infty$ (551). 9. Еще об асимптотическом поведении решений (554). 10. Осцилляция решений уравнений второго порядка (557). 11. Системы, зависящие от параметра (561). 12. Точки поворота (564).	
§2. Автономные системы.	567
1. Общие понятия (567). 2. Предельное поведение траекторий (568). 3. Точки покоя на плоскости, линейные системы (570). 4. Общий случай (574). 5. Циклы на плоскости (576). 6. Вращение векторного поля (579). 7. Точки покоя в пространстве (583). 8. Циклы в пространстве (585). 9. Структурно устойчивые системы (588). 10. Разрывные системы (589). 11. Системы на	

многообразиях (592). 12. Системы с интегральным инвариантом (594). 13. Эргодичность (596).	
§3. Устойчивость решений	600
1. Введение (600). 2. Уравнения первого порядка (601). 3. Метод функций Ляпунова (603). 4. Устойчивость по первому приближению (607). 5. Особые случаи (611). 6. Специальные классы механических систем (617). 7. Системы автоматического регулирования (623). 8. Техническая устойчивость (628).	
§4. Нелинейные колебания	629
1. Введение (629). 2. Свободные колебания автономной консервативной системы с одной степенью свободы (636). 3. Вынужденные колебания системы с малой нелинейностью, основной случай (641). 4. Особые случаи (643). 5. Субгармонические колебания (648). 6. Еще о вынужденных колебаниях (649). 7. Автоколебания (651). 8. Релаксационные колебания (654). 9. Пограничный слой (657). 10. Непериодические колебания (659). 11. Асимптотические разложения по Н. М. Крылову–Н. Н. Боголюбову (665). 12. Системы с дискретным временем (668).	
Литература	672
Предметный указатель	678
Указатель обозначений	687