

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Список сокращений	7
Глава 1. Основные понятия теории цепей Маркова	9
§ 1.1. Определение цепи и ее свойства	9
§ 1.2. Три задачи теории цепей Маркова	16
§ 1.3. Примеры построения марковских моделей	21
§ 1.4. Задачи	33
Глава 2. Анализ структуры цепи Маркова	38
§ 2.1. Существенные и несущественные состояния	38
§ 2.2. Алгоритм построения множества существенных состояний и его разбиения на классы эквивалентности	42
§ 2.3. Алгоритм построения последовательности циклических подклассов класса эквивалентности	52
§ 2.4. Классификация цепей Маркова. Каноническая форма матрицы вероятностей перехода	59
Глава 3. Предельные теоремы теории цепей Маркова	69
§ 3.1. Предварительные сведения. Общая теорема о предельном поведении цепи	69
§ 3.2. Теорема о предельном поведении неприводимой цепи	72
§ 3.3. Теорема о предельном поведении моноэргодической цепи	80
§ 3.4. Теорема о предельном поведении полиэргодической поглощающей цепи	87
§ 3.5. Теорема о предельном поведении полиэргодической цепи	98
§ 3.6. Случайное блуждание (задача о разорении)	105
§ 3.7. Модель Морана в теории запасов	118
Глава 4. Управление цепями Маркова с доходами	121
§ 4.1. Полный ожидаемый доход и его свойства	121
§ 4.2. Постановка задач оптимального управления	128

§ 4.3. Построение оптимального управления для произвольной цепи (конечный горизонт управления)	133
§ 4.4. Построение оптимального управления для цепи с одним классом эквивалентности и без учета переоценки (бесконечный горизонт управления)	138
§ 4.5. Построение оптимального управления для произвольной цепи с учетом переоценки (бесконечный горизонт управления)	145
§ 4.6. Построение оптимального управления для полиэргодической цепи без учета переоценки (бесконечный горизонт управления)	151
§ 4.7. Примеры.	165
§ 4.8. Задачи	173
Глава 5. Частные модели управления цепями Маркова с доходами	179
§ 5.1. Задачи об оптимальной остановке.	179
§ 5.2. Управление байесовским риском	190
§ 5.3. О выборе наилучшего объекта	200
§ 5.4. Управление запасами при случайном спросе	206
§ 5.5. Игры с автоматом.	223
Приложение 1. Эквивалентность и разбиение.	231
Приложение 2. Эргодическая теорема	233
Приложение 3. Суммируемость последовательности величин по Чезаро	236
Приложение 4. Закон больших чисел.	239
Приложение 5. Лемма об обратной матрице.	240
Приложение 6. Полное математическое ожидание	241
Приложение 7. Выпуклые функции	242
Список литературы	245

Предисловие

Прошло 40 лет с момента выхода в свет перевода монографии А. Ховарда «Динамическое программирование и марковские процессы». Каждый день этого сорокалетия знаменуется ростом востребованности процессов Маркова с доходами как моделей экономической динамики и динамического программирования в качестве основного математического инструмента построения оптимальных управлений такими процессами.

Настоящая книга является расширенным курсом лекций, который в течение ряда последних лет читался студентам экономико-математического факультета РЭА им. Г. В. Плеханова. Известно, что динамические и, прежде всего, марковские модели экономики являются предметом изучения математической экономики. Знание ее основ совершенно необходимо для любого образованного экономиста. Поэтому настоящая книга написана для широкого круга читателей, интересующихся экономико-математическими проблемами.

Книга состоит из двух частей. К первой относятся главы 1–3. Они посвящены изучению простейшего из марковских процессов — простой однородной цепи Маркова (ЦМ) с конечным числом состояний и дискретным временем. Значительное внимание уделяется построению марковских моделей для различных реальных, прежде всего экономических, процессов. Для этой цели рассмотрено свыше 20 примеров и предложено более 10 задач для самостоятельного решения.

Глава 2 посвящена анализу структуры ЦМ. Без знания структуры цепей невозможно создание процедур оптимального управления. Основным в этой главе является изложение двух алгоритмов, ориентированных не только на «ручную», но и на компьютерную реализацию. Это алгоритм выявления множества существенных состояний и его разбиения на классы эквивалентности, и алгоритм построения циклических подклассов класса эквивалентности. Следствием анализа структуры является классификация ЦМ — выделение 9 классов и запись матрицы вероятностей переходов в стандартизованной канонической форме. В главе рассмотрено около 20 примеров и 10 задач предложено для самостоятельного решения, что позволяет технику структурного анализа довести до автоматизма.

Глава 3 посвящена методологии долгосрочного прогноза поведения ЦМ каждого из 9 типов, которая лежит в основе построения стационарных управлений для ЦМ с доходами. Она излагается в виде пяти теорем. Основными являются теоремы, относящиеся к неприводимым регулярным цепям, и теоремы, относящиеся к полиэргодическим (поглощающим) цепям. Трудности, связанные с анализом предельного поведения цепей с циклическими классами эквивалентности, удалось