ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1
МЕТОД КООРДИНАТ

§ 1. Координаты вектора

911. Найдите такое число k, чтобы выполнялось равенство $\overrightarrow{n} = k\overrightarrow{m}$, если известно, что: а) векторы $\overrightarrow{m}$ и $\overrightarrow{n}$ противоположно направлены и $|\overrightarrow{m}| = 0{,}5$ см, $|\overrightarrow{n}| = 2$ см; б) векторы $\overrightarrow{m}$ и $\overrightarrow{n}$ сонаправлены и $|\overrightarrow{m}| = 12$ см, $|\overrightarrow{n}| = 24$ дм; в) векторы $\overrightarrow{m}$ и $\overrightarrow{n}$ противоположно направлены и $|\overrightarrow{m}| = 400$ мм, $|\overrightarrow{n}| = 4$ дм; г) векторы $\overrightarrow{m}$ и $\overrightarrow{n}$ сонаправлены и $|\overrightarrow{m}| = \sqrt{2}$ см, $|\overrightarrow{n}| = \sqrt{50}$ см.

Решение. Пусть $\overrightarrow{m} \neq \overrightarrow{0}$. Тогда если $\overrightarrow{n} \uparrow\uparrow \overrightarrow{m}$, то $\overrightarrow{n} = k\overrightarrow{m}$ при $k = \dfrac{|\overrightarrow{n}|}{|\overrightarrow{m}|}$, а если $\overrightarrow{n} \uparrow\downarrow \overrightarrow{m}$, то $\overrightarrow{n} = k\overrightarrow{m}$ при $k = -\dfrac{|\overrightarrow{n}|}{|\overrightarrow{m}|}$. Исходя из этого, получаем: а) $k = -\dfrac{|\overrightarrow{n}|}{|\overrightarrow{m}|} = -\dfrac{2}{0{,}5} = -4$; б) $k = \dfrac{|\overrightarrow{n}|}{|\overrightarrow{m}|} = \dfrac{240}{12} = 20$; в) $k = -\dfrac{|\overrightarrow{n}|}{|\overrightarrow{m}|} = -\dfrac{400}{400} = -1$; г) $k = \dfrac{|\overrightarrow{n}|}{|\overrightarrow{m}|} = \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = 5$.

Ответ. а) -4; б) 20; в) -1; г) 5.

912. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O, M — середина отрезка AO. Найдите, если это возможно, такое число k, чтобы выполнялось равенство: а) $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AO}$; б) $\overrightarrow{BO} = k\overrightarrow{BD}$; в) $\overrightarrow{OC} = k\overrightarrow{CA}$; г) $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DC}$; д) $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{DA}$; е) $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{CA}$; ж) $\overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{AM}$; з) $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{CM}$; и) $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$; к) $\overrightarrow{AO} = k\overrightarrow{BD}$.

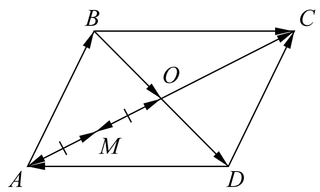

Рис. 1

Решение. а) Так как $|\overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{AO}|$ и $\overrightarrow{AC} \uparrow\uparrow \overrightarrow{AO}$ (рис. 1), то $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$, т. е. $k = 2$. Аналогично получаем: б) $\overrightarrow{BO} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}$, т. е. $k = \dfrac{1}{2}$; в) $\overrightarrow{OC} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CA}$, т. е. $k = -\dfrac{1}{2}$; г) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, т. е. $k = 1$; д) $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{DA}$, т. е. $k = -1$; е) $\overrightarrow{AM} = -\dfrac{1}{4}\overrightarrow{CA}$,