

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	8
Глава 1. Векторные поля и управляемые системы на гладких многообразиях	13
1.1. Гладкие многообразия	13
1.2. Векторные поля на гладких многообразиях	16
1.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения и потоки	18
1.4. Управляемые системы	22
Глава 2. Элементы хронологического исчисления	30
2.1. Точки, диффеоморфизмы и векторные поля	30
2.2. Полунормы и $C^\infty(M)$ -топология	34
2.3. Семейства функционалов и операторов	35
2.4. Хронологическая экспонента	37
2.4.1. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью (37). 2.4.2. Определение правой хронологической экспоненты (38). 2.4.3. Разложение в формальный ряд (38). 2.4.4. Оценки и сходимости ряда (39). 2.4.5. Левая хронологическая экспонента (42). 2.4.6. Единственность для функциональных и операторных уравнений (43). 2.4.7. Автономные векторные поля (44).	
2.5. Действие диффеоморфизмов на векторные поля	45
2.6. Коммутирование полей	49
2.7. Формула вариаций	50
2.8. Производная потока по параметру	52
Глава 3. Линейные системы	55
3.1. Формула Коши для линейных систем	55
3.2. Управляемость линейных систем	57
Глава 4. Линеаризация нелинейных систем по состоянию	60
4.1. Локальная линеаризуемость	60
4.2. Глобальная линеаризуемость	63
Глава 5. Теорема об орбите и ее приложения	69
5.1. Формулировка теоремы об орбите	69
5.2. Погруженные подмногообразия	70
5.3. Следствия теоремы об орбите	72

5.4. Доказательство теоремы об орбите	73
5.5. Аналитический случай	77
5.6. Теорема Фробениуса	79
5.7. Эквивалентность управляемых систем по состоянию	81
Глава 6. Вращение твердого тела	86
6.1. Пространство состояний	86
6.2. Уравнения Эйлера	89
6.3. Фазовый портрет	92
6.4. Управляемое твердое тело: орбиты	94
6.4.1. Орбиты 3-мерной системы (95). 6.4.2. Орбиты 6-мерной системы (97).	
Глава 7. Управление конфигурациями	100
7.1. Модель	100
7.2. Две свободные точки	103
7.3. Три свободные точки	104
7.4. Ломаная	107
Глава 8. Множества достижимости	110
8.1. Множества достижимости систем полного ранга	110
8.2. Совместимые векторные поля и релаксации	113
8.3. Устойчивость по Пуассону	116
8.4. Управляемое твердое тело: множества достижимости	118
Глава 9. Эквивалентность управляемых систем по состоянию и обратной связи	120
9.1. Эквивалентность по обратной связи	120
9.2. Линейные системы	121
9.2.1. Линейные системы со скалярным управлением (122).	
9.2.2. Линейные системы с векторным управлением (124).	
9.3. Линеаризуемость по состоянию и обратной связи	129
Глава 10. Задача оптимального управления	135
10.1. Постановка задачи	135
10.2. Редукция к исследованию множеств достижимости	136
10.3. Компактность множеств достижимости	138
10.4. Задача быстродействия	141
10.5. Релаксации	141
Глава 11. Дифференциальные формы и симплектическая геометрия	143
11.1. Дифференциальные 1-формы	143
11.1.1. Линейные формы (143). 11.1.2. Кокасательное расслоение (143). 11.1.3. Дифференциальные 1-формы (144).	
11.2. Дифференциальные k -формы	145

11.2.1. Внешние k -формы (145). 11.2.2. Дифференциальные k -формы (147).	
11.3. Внешний дифференциал	149
11.4. Производная Ли дифференциальных форм	151
11.5. Элементы симплектической геометрии	154
11.5.1. Форма Лиувилля и симплектическая форма (154).	
11.5.2. Гамильтоновы векторные поля (156). 11.5.3. Лагранжеты подпространства (162).	
Глава 12. Принцип максимума Понтрягина	164
12.1. Геометрическая постановка и обсуждение принципа максимума	164
12.2. Доказательство принципа максимума Понтрягина	168
12.3. Геометрическая формулировка ПМП для задачи со свободным временем	173
12.4. ПМП для задач оптимального управления	175
12.5. ПМП для задач с общими граничными условиями	178
Глава 13. Примеры задач оптимального управления	185
13.1. Скорейшая остановка поезда на станции	185
13.2. Управление линейным осциллятором	188
13.3. Наиболее экономная остановка поезда	191
13.4. Управление линейным осциллятором с критерием качества	193
13.5. Машина Дубинса	194
Глава 14. Гамильтоновы системы с выпуклыми гамильтонианами	200
Глава 15. Линейная задача быстродействия	203
15.1. Постановка задачи	203
15.2. Геометрия многогранников	204
15.3. Теорема о релейном управлении	204
15.4. Единственность оптимальных управлений и экстремалей	206
15.5. Переключения оптимального управления	209
Глава 16. Линейно-квадратичная задача	215
16.1. Постановка задачи	215
16.2. Существование оптимального управления	215
16.3. Экстремали	219
16.4. Сопряженные точки	221
Глава 17. Достаточные условия оптимальности, уравнение Гамильтона–Якоби и динамическое программирование	227
17.1. Достаточные условия оптимальности	227
17.1.1. Интегральный инвариант (227). 17.1.2. Задача с закрепленным временем (229). 17.1.3. Задача со свободным временем (232).	

17.2. Уравнение Гамильтона–Якоби	234
17.3. Динамическое программирование	235
Глава 18. Гамильтоновы системы для геометрических задач оптимального управления	238
18.1. Гамильтоновы системы на тривиализованном кокасательном расслоении	238
18.1.1. Мотивация (238). 18.1.2. Тривиализация T^*M (239). 18.1.3. Симплектическая форма на $E \times M$ (240). 18.1.4. Гамильтонова система на $E \times M$ (241).	
18.2. Группы Ли	245
18.2.1. Примеры групп Ли (246). 18.2.2. Теорема Ли для линейных групп Ли (247). 18.2.3. Абстрактные группы Ли (249).	
18.3. Гамильтоновы системы на группах Ли	250
18.3.1. Тривиализация кокасательного расслоения группы Ли (250). 18.3.2. Гамильтонова система на $M^* \times M$ (250). 18.3.3. Компактные группы Ли (252).	
Глава 19. Примеры задач оптимального управления на компактных группах Ли	254
19.1. Риманова задача	254
19.2. Субриманова задача	256
19.3. Управление квантовыми системами	260
19.3.1. Исключение сноса (262). 19.3.2. Подъем задач на группы Ли (264). 19.3.3. Управляемость (267). 19.3.4. Экстремали (267). 19.3.5. Условия трансверсальности (267). 19.3.6. Оптимальные геодезические наверху и внизу (269).	
19.4. Задача быстрогодействия на $SO(3)$	272
Глава 20. Условия оптимальности второго порядка	279
20.1. Гессиан	279
20.2. Локальная открытость отображений	282
20.2.1. Критические точки коранга один (282). 20.2.2. Критические точки произвольного коранга (285).	
20.3. Дифференцирование отображения в конец	289
20.4. Необходимые условия оптимальности	293
20.4.1. Условие Лежандра (293). 20.4.2. Регулярные экстремали (295). 20.4.3. Особые экстремали (297). 20.4.4. Необходимые условия (302).	
20.5. Приложения	303
20.5.1. Анормальные субримановы геодезические (303). 20.5.2. Локальная управляемость билинейных систем (305).	
20.6. Системы со скалярным управлением	306
Глава 21. Уравнение Якоби	316
21.1. Регулярный случай: вывод уравнения Якоби	317
21.2. Особый случай: вывод уравнения Якоби	321

21.3. Необходимые условия оптимальности	325
21.4. Регулярный случай: преобразование уравнения Якоби	326
21.5. Достаточные условия оптимальности	329
Глава 22. Редукция	338
22.1. Редукция	338
22.2. Управление твердым телом	341
22.3. Управление угловой скоростью	342
Глава 23. Кривизна	345
23.1. Кривизна двумерных систем	345
23.1.1. Подвижный репер (346). 23.1.2. Уравнение Якоби в подвижном репере (350).	
23.2. Кривизна трехмерных аффинных по управлению систем	355
Глава 24. Качение тел	359
24.1. Геометрическая модель	359
24.2. Двумерная риманова геометрия	361
24.2.1. Римановы геодезические (361). 24.2.2. Связность Леви–Чивита (362).	
24.3. Допустимые скорости	364
24.4. Управляемость	365
24.5. Задача минимизации длины	368
24.5.1. Постановка задачи (368). 24.5.2. Принцип максимума (369). 24.5.3. Анормальные экстремали (369). 24.5.4. Нормальные экстремали (371).	
Приложение	373
1. Гомоморфизмы и операторы в $C^\infty(M)$	373
2. Остаточный член хронологической экспоненты	375
Список литературы	379
Список обозначений	388
Предметный указатель	389