УДК 512.972
ББК 517.2
А39

Акивис М.А., Гольдберг В.В. **Тензорное исчисление**: Учеб. пособие. — 3-е изд., перераб. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 304 с. — ISBN 5-9221-0424-1.

Излагаются основы тензорного исчисления и некоторые его приложения к геометрии, механике, физике. В качестве приложений строится общая теория поверхностей второго порядка, изучаются тензоры инерции, напряжений, деформации и рассматриваются некоторые вопросы кристаллофизики. Последняя глава знакомит с элементами тензорного анализа.

Второе издание — 1972 г.
Для студентов высших технических учебных заведений.
Табл. 6. Ил. 25. Библиогр. 23 назв.

ISBN 5-9221-0424-1

© ФИЗМАТЛИТ, 2003
© М.А. Акивис, В.В. Гольдберг, 2003

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию 5

Предисловие к первому изданию 7

ГЛАВА I. **ЛИНЕЙНОЕ ПРОСТРАНСТВО**

§ 1. Понятие линейного пространства 9
§ 2. Линейная зависимость векторов 12
§ 3. Размерность и базис линейного пространства 15
§ 4. Прямоугольный базис в трехмерном пространстве. Скалярное произведение векторов 19
§ 5. Векторное и смешанное произведения векторов 24
§ 6. Преобразования ортонормированного базиса. Основная задача тензорного исчисления 30
§ 7. Некоторые вопросы аналитической геометрии в пространстве . . 38

ГЛАВА II. **ПОЛИЛИНЕЙНЫЕ ФОРМЫ И ТЕНЗОРЫ**

§ 1. Линейные формы 46
§ 2. Билинейные формы 48
§ 3. Полилинейные формы. Общее определение тензора 52
§ 4. Алгебраические операции над тензорами 58
§ 5. Симметричные и кососимметричные тензоры 63

ГЛАВА III. **ЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЕКТОРНОГО ПРОСТРАНСТВА И ТЕНЗОРЫ ВАЛЕНТНОСТИ 2**

§ 1. Линейные преобразования 73
§ 2. Матрица линейного преобразования 77
§ 3. Определитель матрицы линейного преобразования. Ранг матрицы 83
§ 4. Линейные преобразования и билинейные формы 87
§ 5. Умножение линейных преобразований и умножение матриц . . . 95
§ 6. Обратное линейное преобразование и обратная матрица 103
§ 7. Группа линейных преобразований и ее подгруппы 107

ГЛАВА IV. **ПРИВЕДЕНИЕ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ МАТРИЦЫ ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

§ 1. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования 115
§ 2. Приведение к простейшему виду матрицы линейного преобразования в случае различных собственных значений 124

§ 3. Многочлены от матриц и теорема Гамильтона–Кэли 129
§ 4. Свойства собственных векторов и собственных значений симметричного линейного преобразования 132
§ 5. Приведение к диагональному виду матрицы симметричного линейного преобразования 135
§ 6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду 142
§ 7. Представление невырожденного линейного преобразования в виде произведения симметричного и ортогонального преобразований . 146

ГЛАВА V. **ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

§ 1. Общее уравнение поверхности второго порядка. Его инварианты 152
§ 2. Приведение к простейшему виду общего уравнения поверхности второго порядка 155
§ 3. Определение типа поверхности второго порядка при помощи инвариантов 159
§ 4. Классификация поверхностей второго порядка 163
§ 5. Приложение теории инвариантов к классификации поверхностей второго порядка 167
§ 6. Центральные и нецентральные поверхности второго порядка . . . 171
§ 7. Примеры 173

ГЛАВА VI. **ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕНЗОРНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ К НЕКОТОРЫМ ВОПРОСАМ МЕХАНИКИ И ФИЗИКИ**

§ 1. Тензор инерции 182
§ 2. Некоторые свойства кристаллов, связанные с тензорами валентности 2 189
§ 3. Тензоры напряжений и деформации 199
§ 4. Дальнейшие свойства кристаллов 210

ГЛАВА VII. **ОСНОВЫ ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА**

§ 1. Тензорное поле и его дифференцирование 222
§ 2. Механика деформируемой среды 235
§ 3. Ортогональные криволинейные системы координат 242
§ 4. Подвижный репер ортогональной криволинейной системы координат и тензорные поля 250
§ 5. Дифференцирование тензорного поля в криволинейных координатах 259

Ответы и указания к решению задач и упражнений 271

Список литературы 294

Предметный указатель 296

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

Первое издание этой книги было опубликовано издательством “Наука” в 1969 году в серии “Избранные главы высшей математики для инженеров и студентов втузов” тиражом 40000 экземпляров. Так как весь тираж книги был распродан очень быстро, в 1972 году “Наука” опубликовала второе издание книги тиражом 35000 экземпляров. Этот тираж был тоже быстро распродан.

С тех пор в России эта книга не переиздавалась и сохранилась лишь в библиотеках любителей математики, хотя потребность в такого рода издании имеется как в России, так и за ее рубежами.

Книга содержит основы тензорного исчисления и начала тензорного анализа с многочисленными приложениями. Она адресована инженерам, студентам втузов и всем, кто хочет изучить тензоры. Главная особенность книги заключается в том, что основные понятия линейной алгебры и тензорного исчисления и анализа рассматриваются в трехмерном евклидовом пространстве и в ортогональных координатах, т. е. в книге рассматриваются только трехмерные ортогональные тензоры. Как показывает практика, этого вполне достаточно для знакомства с тензорным исчислением и изучения его приложений к различным вопросам геометрии и физики. Эта форма изложения полезна, потому что именно и такой форме тензоры используются во многих инженерных и научных приложениях.

В книге рассматриваются приложения тензорного исчисления к теории кривых и поверхностей второго порядка, а также тензор и эллипсоид инерции, связанные с движением твердых тел. Изучаются некоторые тензоры, описывающие свойства анизотропных кристаллов, тензоры теплопроводности и электрического сопротивления, тензоры, описывающие своиства диэлектриков и т.д. Особенно детально изучаются темзоры напряжений и деформации сплошной среды.

Эта книга использовалась и используется как учебник тензорного исчисления для студентов втузов в России и бывших республиках СССР. Она стала справочником и настольной книгой для многих инженеров и исследователей в прикладных науках. На нее ссылаются в своих статьях многие, кто использует тензоры.

В 1972 году первые четыре главы книги были переведены на английский язык Р. А. Силверманом и изданы издательством Prentice Hall,