

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
ГЛАВА I. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО	
§ 1. Комплексные числа	7
§ 2. Элементарные трансцендентные функции	12
§ 3. Последовательности и числовые ряды	15
§ 4. Функции комплексного переменного	18
§ 5. Аналитические и гармонические функции	20
ГЛАВА II. КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ ФУНКЦИЯМИ	
§ 1. Линейные функции	27
§ 2. Дополнительные вопросы теории линейных преобразований	32
§ 3. Рациональные и алгебраические функции	39
§ 4. Элементарные трансцендентные функции	47
§ 5. Границы однолистности, выпуклости и звездности	52
ГЛАВА III. ИНТЕГРАЛЫ И СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ	
§ 1. Интегрирование функций комплексного переменного	54
§ 2. Интегральная теорема Коши	57
§ 3. Интегральная формула Коши	59
§ 4. Степенные ряды	61
§ 5. Ряд Тейлора	63
§ 6. Некоторые приложения интегральной формулы Коши и степенных рядов	68
ГЛАВА IV. РЯД ЛОРАНА. ОСОБЫЕ ТОЧКИ ОДНОЗНАЧНЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ. ВЫЧЕТЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ	
§ 1. Ряд Лорана	72
§ 2. Особые точки однозначных аналитических функций	74
§ 3. Вычисление вычетов	77
§ 4. Вычисление интегралов	79
§ 5. Распределение нулей. Обращение рядов	96

ГЛАВА V. РАЗЛИЧНЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ. ИНТЕГРАЛЫ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПАРАМЕТРА	102
§ 1. Функциональные ряды	102
§ 2. Ряды Дирихле	105
§ 3. Интегралы, зависящие от параметра	106
ГЛАВА VI. БЕСКОНЕЧНЫЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ. ЦЕЛЫЕ И МЕРОМОРФНЫЕ ФУНКЦИИ	110
§ 1. Бесконечные произведения	110
§ 2. Разложение в ряды простых дробей и в бесконечные произведения. Суммирование рядов	113
§ 3. Характеристики роста целых функций	116
ГЛАВА VII. ИНТЕГРАЛЫ ТИПА КОШИ. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ ПУАССОНА И ШВАРЦА	120
§ 1. Интегралы типа Коши	120
§ 2. Интеграл Дирихле, гармонические функции, логарифмический потенциал и функция Грина	126
§ 3. Интеграл Пуассона, формула Шварца, гармоническая мера .	129
ГЛАВА VIII. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРОДОЛЖЕНИЕ. ОСОБЕННОСТИ МНОГОЗНАЧНОГО ХАРАКТЕРА. РИМАНОВЫ ПОВЕРХНОСТИ	135
§ 1. Аналитическое продолжение	135
§ 2. Особые точки многозначного характера. Римановы поверхности	141
ГЛАВА IX. КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)	148
§ 1. Формула Кристоффеля–Шварца	148
§ 2. Конформные отображения, осуществляемые с помощью эллиптических функций	162
ГЛАВА X. ПРИЛОЖЕНИЯ К МЕХАНИКЕ И ФИЗИКЕ	170
§ 1. Приложения к гидромеханике	170
§ 2. Приложения к электростатике	181
§ 3. Приложения к плоской задаче о распределении тепла	192
ГЛАВА XI. ОБОБЩЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ	194
§ 1. Квазиконформные отображения	194
§ 2. Обобщенные аналитические функции	200
§ 3. Некоторые интегральные соотношения и двойные интегралы	202
Ответы и решения	204

ПРЕДИСЛОВИЕ

“Сборник задач по теории функций комплексного переменного” (ТФКП) предназначается в основном для студентов механико-математических и физико-математических факультетов университетов, соответствующих отделений педагогических и технических вузов с повышенной программой по математике. В “Сборнике” имеются также циклы задач, выходящих за рамки программы. Некоторые из них могут служить основой для курсовых студенческих работ и материалом для занятий на семинарах по ТФКП.

Авторы полагают также, что “Сборник” окажется полезным для лиц, специализирующихся по механике непрерывных сред (гидродинамика, теория упругости) и электротехнике, так как в нем содержится большое число задач либо по непосредственному применению ТФКП к указанным дисциплинам, либо по вопросам, представляющим их математическую основу (конформные отображения, гармонические функции, потенциалы, интегралы типа Коши и т. д.).

Нам кажется, что “Сборник” достаточно полно отражает основные разделы ТФКП, более или менее близкие к учебным планам.

Для удобства пользования “Сборником” в оглавлении, помимо названия глав и параграфов, иногда перечислены содержащиеся в них основные циклы задач (это касается главным образом основного учебного материала).

Предполагается, что пользующийся “Сборником” знаком с соответствующими разделами курса ТФКП (например, в объеме книги А. И. Маркушевича “Краткий курс теории аналитических функций”). Если привлекается дополнительный материал, то даются необходимые справочные сведения, а также ссылки на литературу. Для наиболее часто цитируемых книг введены обозначения:

[1] — Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций — 3-е изд. — М.: “Наука”, 1966.

[2] — Маркушевич А.И. Теория аналитических функций, Т. I, II. — 2-е изд. — М.: “Наука”, 1967, 1968.

[3] — Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного — 2-е изд. — М.: “Физматгиз”, 1965.

[4] — Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного — 10-е изд. — М.: “Физматгиз”, 1960.