

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	8
<b>Глава 1. Введение . . . . .</b>	<b>9</b>
§ 1.1. Множества. Операции над множествами . . . . .	9
§ 1.2. Действительные числа . . . . .	11
§ 1.3. Числовые промежутки. Окрестность точки . . . . .	14
§ 1.4. Свойства действительных чисел. Аксиоматическое построение действительных чисел . . . . .	15
§ 1.5. Точные верхняя и нижняя грани числового множества . . . . .	17
<b>Глава 2. Предел последовательности . . . . .</b>	<b>19</b>
§ 2.1. Понятие предела последовательности . . . . .	19
§ 2.2. Свойства сходящихся последовательностей . . . . .	21
§ 2.3. Предельный переход в неравенствах . . . . .	22
§ 2.4. Лемма о вложенных отрезках . . . . .	23
§ 2.5. Подпоследовательности. Частичные пределы . . . . .	25
§ 2.6. Арифметические действия с пределами . . . . .	26
§ 2.7. Монотонные последовательности . . . . .	28
§ 2.8. Число $e$ . . . . .	29
<b>Глава 3. Функции . . . . .</b>	<b>31</b>
§ 3.1. Понятие функции и способы ее задания . . . . .	31
§ 3.2. Арифметические действия над функциями. Сложная и обратная функции . . . . .	33
§ 3.3. Основные элементарные функции и их графики . . . . .	34
<b>Глава 4. Предел функции . . . . .</b>	<b>38</b>
§ 4.1. Понятие предела функции . . . . .	38
§ 4.2. Односторонние пределы . . . . .	41
§ 4.3. Основные теоремы о пределах функций . . . . .	42

§ 4.4. Теорема об ограниченности функции, имеющей предел	45
§ 4.5. Монотонные функции. Теорема о пределе монотонной функции. . . . .	46
§ 4.6. Теоремы о предельных переходах в неравенствах . . . . .	48
§ 4.7. Первый замечательный предел . . . . .	49
§ 4.8. Второй замечательный предел . . . . .	51
§ 4.9. Бесконечно малые функции. Основные свойства. . . . .	53
§ 4.10. Бесконечно большие функции . . . . .	55
§ 4.11. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями . . . . .	56
§ 4.12. Сравнение бесконечно малых функций. . . . .	58
§ 4.13. Эквивалентные бесконечно малые функции . . . . .	59
<b>Глава 5. Непрерывность функции . . . . .</b>	<b>63</b>
§ 5.1. Понятие непрерывности функции. . . . .	63
§ 5.2. Арифметические операции над непрерывными функциями. . . . .	65
§ 5.3. Непрерывность сложной функции . . . . .	65
§ 5.4. Точки разрыва функции и их классификация . . . . .	66
§ 5.5. Свойства функций, непрерывных на отрезке. . . . .	67
<b>Глава 6. Дифференциальное исчисление функций одной переменной . . . . .</b>	<b>72</b>
§ 6.1. Понятие производной. . . . .	72
§ 6.2. Геометрическая интерпретация производной. Касательная к графику функции . . . . .	73
§ 6.3. Физическая интерпретация производной. . . . .	74
§ 6.4. Необходимое условие существования производной . . . . .	75
§ 6.5. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного функций . . . . .	76
§ 6.6. Дифференцирование сложной функции . . . . .	78
§ 6.7. Теорема о существовании обратной функции. Дифференцирование обратной функции. . . . .	79
§ 6.8. Производные основных элементарных функций . . . . .	80
§ 6.9. Гиперболические функции и их производные . . . . .	84
§ 6.10. Таблица производных. . . . .	86
§ 6.11. Дифференцирование параметрически заданных функций	87

§ 6.12. Логарифмическое дифференцирование. Производная степенно-показательной функции . . . . .	88
§ 6.13. Понятие дифференцируемости функции . . . . .	89
§ 6.14. Понятие дифференциала функции . . . . .	90
§ 6.15. Геометрический смысл дифференциала функции. . . . .	91
§ 6.16. Инвариантность формы первого дифференциала . . . . .	92
§ 6.17. Дифференциал суммы, разности, произведения и частного функций . . . . .	93
§ 6.18. Таблица дифференциалов. . . . .	93
§ 6.19. Производные высших порядков . . . . .	94
§ 6.20. Дифференциалы высших порядков . . . . .	96
§ 6.21. Основные теоремы дифференциального исчисления . . . . .	98
§ 6.22. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталю . . . . .	101
§ 6.23. Формула Тейлора . . . . .	105
§ 6.24. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано . . . . .	107
§ 6.25. Формула Маклорена некоторых элементарных функций . . . . .	109
§ 6.26. Условия возрастания и убывания функций . . . . .	110
§ 6.27. Экстремумы функций. . . . .	112
§ 6.28. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке . . . . .	115
§ 6.29. Направление выпуклости графика функции . . . . .	117
§ 6.30. Точки перегиба графика функции. . . . .	118
§ 6.31. Асимптоты графика функции . . . . .	119
§ 6.32. Общая схема исследования функций и построение графиков. . . . .	122
<b>Глава 7. Комплексные числа . . . . .</b>	<b>125</b>
§ 7.1. Понятие комплексного числа. Арифметические действия с комплексными числами . . . . .	125
§ 7.2. Алгебраическая форма записи комплексного числа . . . . .	126
§ 7.3. Тригонометрическая форма комплексного числа . . . . .	128
§ 7.4. Показательная форма комплексного числа . . . . .	131
§ 7.5. Извлечение корней из комплексных чисел . . . . .	133
<b>Глава 8. Неопределенный интеграл . . . . .</b>	<b>136</b>
§ 8.1. Понятия первообразной функции и неопределенного интеграла. . . . .	136
§ 8.2. Основные свойства неопределенного интеграла. . . . .	138
§ 8.3. Таблица основных неопределенных интегралов. . . . .	140

§ 8.4. Замена переменной в неопределенном интеграле. . . . .	141
§ 8.5. Метод интегрирования по частям. . . . .	144
§ 8.6. Алгебраические многочлены. . . . .	146
§ 8.7. Рациональные функции. Разложение на простейшие дроби . . . . .	149
§ 8.8. Интегрирование рациональных дробей. . . . .	153
§ 8.9. Универсальная тригонометрическая подстановка. . . . .	157
§ 8.10. Вычисление интегралов типа $\int \sin^m x \cos^n x dx$ . . . . .	160
§ 8.11. Интегрирование выражений с помощью тригонометрических преобразований. . . . .	162
§ 8.12. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей	162
§ 8.13. Интегрирование биномиальных дифференциалов . . . . .	164
§ 8.14. Интегрирование квадратичных иррациональностей. . . . .	165
<b>Глава 9. Определенный интеграл . . . . .</b>	<b>167</b>
§ 9.1. Понятие определенного интеграла . . . . .	167
§ 9.2. Необходимое условие интегрируемости. Классы интегрируемых функций. . . . .	168
§ 9.3. Геометрический смысл определенного интеграла. . . . .	170
§ 9.4. Основные свойства определенного интеграла . . . . .	171
§ 9.5. Формула Ньютона–Лейбница. . . . .	175
§ 9.6. Замена переменной в определенном интеграле . . . . .	177
§ 9.7. Интегрирование по частям в определенном интеграле. . . . .	178
§ 9.8. Несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования (несобственный интеграл первого рода) . . . . .	180
§ 9.9. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Теоремы сравнения. . . . .	182
§ 9.10. Абсолютно и условно сходящиеся несобственные интегралы. . . . .	186
§ 9.11. Несобственный интеграл от неограниченной функции (несобственный интеграл второго рода). . . . .	188
§ 9.12. Вычисление площадей плоских фигур в прямоугольных координатах . . . . .	192
§ 9.13. Вычисление площадей плоских фигур в полярных координатах . . . . .	193
§ 9.14. Вычисление длины дуги кривой. . . . .	196
§ 9.15. Вычисление объема тела . . . . .	201

---

Глава 10. Дифференциальное исчисление функций многих переменных . . . . .	205
§ 10.1. Понятие функции многих переменных . . . . .	205
§ 10.2. Открытые множества . . . . .	207
§ 10.3. Предел функции двух переменных . . . . .	208
§ 10.4. Непрерывность функции двух переменных . . . . .	211
§ 10.5. Частные производные . . . . .	213
§ 10.6. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных . . . . .	214
§ 10.7. Дифференцируемые функции . . . . .	217
§ 10.8. Дифференциал функции. Правила дифференцирования . . . . .	219
§ 10.9. Дифференциалы высших порядков . . . . .	221
§ 10.10. Производная сложной функции . . . . .	221
§ 10.11. Инвариантность формы первого дифференциала . . . . .	223
§ 10.12. Производная по направлению . . . . .	223
§ 10.13. Градиент . . . . .	225
§ 10.14. Формула Тейлора . . . . .	226
§ 10.15. Неявные функции. Теорема о существовании неявной функции . . . . .	228
§ 10.16. Касательная плоскость. Нормаль к поверхности . . . . .	232
§ 10.17. Экстремумы. Необходимое условие экстремума . . . . .	235
§ 10.18. Достаточное условие экстремума . . . . .	237
§ 10.19. Условный (относительный) экстремум . . . . .	239
§ 10.20. Наибольшее и наименьшее значения функции . . . . .	243
Предметный указатель . . . . .	246