

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	8
Глава 1. Введение	9
§ 1.1. Множества. Операции над множествами	9
§ 1.2. Действительные числа	11
§ 1.3. Числовые промежутки. Окрестность точки	14
§ 1.4. Свойства действительных чисел. Аксиоматическое построение действительных чисел	15
§ 1.5. Точные верхняя и нижняя грани числового множества	17
Глава 2. Предел последовательности	19
§ 2.1. Понятие предела последовательности	19
§ 2.2. Свойства сходящихся последовательностей	21
§ 2.3. Предельный переход в неравенствах	22
§ 2.4. Лемма о вложенных отрезках	23
§ 2.5. Подпоследовательности. Частичные пределы	25
§ 2.6. Арифметические действия с пределами	26
§ 2.7. Монотонные последовательности	28
§ 2.8. Число e	29
Глава 3. Функции	31
§ 3.1. Понятие функции и способы ее задания	31
§ 3.2. Арифметические действия над функциями. Сложная и обратная функции	33
§ 3.3. Основные элементарные функции и их графики	34
Глава 4. Предел функции	38
§ 4.1. Понятие предела функции	38
§ 4.2. Односторонние пределы	41
§ 4.3. Основные теоремы о пределах функций	42

§ 4.4. Теорема об ограниченности функции, имеющей предел	45
§ 4.5. Монотонные функции. Теорема о пределе монотонной функции.	46
§ 4.6. Теоремы о предельных переходах в неравенствах	48
§ 4.7. Первый замечательный предел	49
§ 4.8. Второй замечательный предел	51
§ 4.9. Бесконечно малые функции. Основные свойства.	53
§ 4.10. Бесконечно большие функции	55
§ 4.11. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями	56
§ 4.12. Сравнение бесконечно малых функций.	58
§ 4.13. Эквивалентные бесконечно малые функции	59
Глава 5. Непрерывность функции	63
§ 5.1. Понятие непрерывности функции.	63
§ 5.2. Арифметические операции над непрерывными функциями.	65
§ 5.3. Непрерывность сложной функции	65
§ 5.4. Точки разрыва функции и их классификация	66
§ 5.5. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	67
Глава 6. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	72
§ 6.1. Понятие производной.	72
§ 6.2. Геометрическая интерпретация производной. Касательная к графику функции	73
§ 6.3. Физическая интерпретация производной.	74
§ 6.4. Необходимое условие существования производной	75
§ 6.5. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного функций	76
§ 6.6. Дифференцирование сложной функции	78
§ 6.7. Теорема о существовании обратной функции. Дифференцирование обратной функции.	79
§ 6.8. Производные основных элементарных функций	80
§ 6.9. Гиперболические функции и их производные	84
§ 6.10. Таблица производных.	86
§ 6.11. Дифференцирование параметрически заданных функций	87

§ 6.12. Логарифмическое дифференцирование. Производная степенно-показательной функции	88
§ 6.13. Понятие дифференцируемости функции	89
§ 6.14. Понятие дифференциала функции	90
§ 6.15. Геометрический смысл дифференциала функции.	91
§ 6.16. Инвариантность формы первого дифференциала	92
§ 6.17. Дифференциал суммы, разности, произведения и частного функций	93
§ 6.18. Таблица дифференциалов.	93
§ 6.19. Производные высших порядков	94
§ 6.20. Дифференциалы высших порядков	96
§ 6.21. Основные теоремы дифференциального исчисления	98
§ 6.22. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталю	101
§ 6.23. Формула Тейлора.	105
§ 6.24. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано	107
§ 6.25. Формула Маклорена некоторых элементарных функций	109
§ 6.26. Условия возрастания и убывания функций	110
§ 6.27. Экстремумы функций.	112
§ 6.28. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке	115
§ 6.29. Направление выпуклости графика функции	117
§ 6.30. Точки перегиба графика функции.	118
§ 6.31. Асимптоты графика функции	119
§ 6.32. Общая схема исследования функций и построение графиков.	122
Глава 7. Комплексные числа.	125
§ 7.1. Понятие комплексного числа. Арифметические действия с комплексными числами	125
§ 7.2. Алгебраическая форма записи комплексного числа	126
§ 7.3. Тригонометрическая форма комплексного числа	128
§ 7.4. Показательная форма комплексного числа	131
§ 7.5. Извлечение корней из комплексных чисел	133
Глава 8. Неопределенный интеграл	136
§ 8.1. Понятия первообразной функции и неопределенного интеграла.	136
§ 8.2. Основные свойства неопределенного интеграла.	138
§ 8.3. Таблица основных неопределенных интегралов.	140

§ 8.4. Замена переменной в неопределенном интеграле.	141
§ 8.5. Метод интегрирования по частям.	144
§ 8.6. Алгебраические многочлены.	146
§ 8.7. Рациональные функции. Разложение на простейшие дроби	149
§ 8.8. Интегрирование рациональных дробей.	153
§ 8.9. Универсальная тригонометрическая подстановка.	157
§ 8.10. Вычисление интегралов типа $\int \sin^m x \cos^n x dx$	160
§ 8.11. Интегрирование выражений с помощью тригонометрических преобразований.	162
§ 8.12. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей	162
§ 8.13. Интегрирование биномиальных дифференциалов	164
§ 8.14. Интегрирование квадратичных иррациональностей.	165
Глава 9. Определенный интеграл	167
§ 9.1. Понятие определенного интеграла	167
§ 9.2. Необходимое условие интегрируемости. Классы интегрируемых функций.	168
§ 9.3. Геометрический смысл определенного интеграла.	170
§ 9.4. Основные свойства определенного интеграла	171
§ 9.5. Формула Ньютона–Лейбница.	175
§ 9.6. Замена переменной в определенном интеграле	177
§ 9.7. Интегрирование по частям в определенном интеграле.	178
§ 9.8. Несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования (несобственный интеграл первого рода)	180
§ 9.9. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Теоремы сравнения.	182
§ 9.10. Абсолютно и условно сходящиеся несобственные интегралы.	186
§ 9.11. Несобственный интеграл от неограниченной функции (несобственный интеграл второго рода).	188
§ 9.12. Вычисление площадей плоских фигур в прямоугольных координатах	192
§ 9.13. Вычисление площадей плоских фигур в полярных координатах	193
§ 9.14. Вычисление длины дуги кривой.	196
§ 9.15. Вычисление объема тела	201

Глава 10. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	205
§ 10.1. Понятие функции многих переменных	205
§ 10.2. Открытые множества	207
§ 10.3. Предел функции двух переменных	208
§ 10.4. Непрерывность функции двух переменных	211
§ 10.5. Частные производные	213
§ 10.6. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных	214
§ 10.7. Дифференцируемые функции	217
§ 10.8. Дифференциал функции. Правила дифференцирования	219
§ 10.9. Дифференциалы высших порядков	221
§ 10.10. Производная сложной функции	221
§ 10.11. Инвариантность формы первого дифференциала	223
§ 10.12. Производная по направлению	223
§ 10.13. Градиент	225
§ 10.14. Формула Тейлора	226
§ 10.15. неявные функции. Теорема о существовании неявной функции	228
§ 10.16. Касательная плоскость. Нормаль к поверхности	232
§ 10.17. Экстремумы. Необходимое условие экстремума	235
§ 10.18. Достаточное условие экстремума	237
§ 10.19. Условный (относительный) экстремум	239
§ 10.20. Наибольшее и наименьшее значения функции	243
Предметный указатель	246