

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лекция 1 (вводная). Предмет вычислительной математики	7
1.1. Прикладные направления развития вычислительной математики	7
1.2. Из истории вычислительной математики	7
1.3. Особенности вычислительной математики	8
1.4. Этапы численного решения задачи	9
1.5. Примеры, демонстрирующие особенности численного решения задач	10
Список литературы	11
Лекция 2. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	12
2.1. Нормы векторов и матриц	12
2.2. Подчиненные нормы матриц	13
2.3. Обусловленность СЛАУ	13
Список литературы	15
Лекция 3. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	16
3.1. Прямые методы решения СЛАУ	16
3.1.1. Метод Гаусса	16
3.1.2. Матричная форма метода Гаусса	17
3.1.3. Метод квадратного корня (метод Холецкого)	19
3.2. Итерационные методы численного решения СЛАУ	20
3.2.1. Каноническая форма итерационного процесса	20
3.2.2. Методы Якоби, Зейделя, верхней релаксации	21
3.2.3. Метод релаксации	23
3.3. Итерационные вариационные методы решения СЛАУ	25
3.3.1. Методы градиентного и наискорейшего спусков (МГС, МНС)	26
3.3.2. Метод минимальных невязок	27
3.3.3. Метод сопряженных градиентов	27
Список литературы	28

Лекция 4. Численное решение нелинейных алгебраических уравнений и систем нелинейных алгебраических уравнений	29
4.1. Связь с вариационной задачей	29
4.2. Итерационные методы решения СНАУ	31
4.3. Метод Ньютона	33
4.4. Разностные отображения	37
Список литературы	41
Лекция 5. Аппроксимация функций в функциональных пространствах	42
5.1. Постановка задачи о наилучшем приближении (Чебышёв)	44
5.2. Метод наименьших квадратов (МНК)	44
5.3. Основная теорема МНК	47
5.4. Предобусловленные СЛАУ (предобуславливатели)	50
5.5. Ортогональные многочлены	50
Список литературы	51
Лекция 6. Интерполяция функций	52
6.1. Постановка задачи	52
6.2. Разделенные и конечные разности. Интерполяционный полином в форме Ньютона	56
6.3. Проблема, решенная П. Л. Чебышёвым	57
6.4. Теорема Бернштейна	58
6.5. Схема Эйткена построения интерполяционного полинома Лагранжа	59
6.6. Многомерная интерполяция	61
6.7. Интерполяция с кратными узлами	62
6.8. Тригонометрическая интерполяция с базисными функциями	63
6.9. Интерполяция Паде	63
6.10. Интерполяция сплайнами	64
6.11. <i>B</i> -сплайны	70
Список литературы	72
Лекция 7. Численное интегрирование	73
7.1. Формула Симпсона	74
7.2. Погрешность формул Ньютона–Котеса	75
7.3. Кратные интегралы	76

7.4. Формула Маклорена	77
7.5. Интегралы с особенностями	78
7.6. Идея метода Монте-Карло	79
7.7. Метод Чебышёва	80
7.8. Метод Гаусса	83
Список литературы	88
Лекция 8. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Задача Коши	89
8.1. Нежесткие задачи	89
8.2. Методы Рунге–Кутты (МРК)	93
8.3. Барьеры Бутчера	95
8.4. Устойчивость явных МРК	96
Список литературы	98
Лекция 9. Численное решение жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ЖС ОДУ)	99
9.1. Устойчивость разностных методов (тест Далквиста)	101
9.2. Нелинейные ЖС ОДУ (на примере системы Тихонова)	103
9.3. Многошаговые методы (ММ). Метод неопределенных коэффициентов	106
Список литературы	111
Лекция 10. Точные решения разностных уравнений	112
10.1. Примеры линейных разностных уравнений (ЛРУ)	113
Список литературы	118
Лекция 11. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений	119
11.1. Метод фундаментальных систем (МФС)	119
11.2. Задача Штурма–Лиувилля для ОДУ	121
11.3. Нелинейные краевые задачи	125
Список литературы	129
Лекция 12. Основные понятия теории разностных схем для численного решения уравнений в частных производных	130
12.1. Постановки задач	130
12.2. Уравнения гиперболического типа	130

12.3. Уравнение эллиптического типа	131
12.4. Примеры разностных аппроксимаций	132
12.5. Сходимость, аппроксимация, устойчивость	133
12.6. Введение в теорию устойчивости разностных схем	136
Список литературы	141
Лекция 13. Численные методы решения уравнений в частных производных параболического типа	142
13.1. Построение схемы повышенного порядка аппроксимации	143
13.2. Метод простых итераций в функциональном пространстве	144
13.3. Интегро-интерполяционный метод	145
13.4. Трехслойные схемы для численного решения уравнения теплопроводности	146
13.5. Исследование разностных схем на сходимость	151
Список литературы	154
Лекция 14. Численное решение уравнений в частных производных гиперболического типа	155
14.1. Разностные схемы для численного решения нелинейного уравнения	166
14.2. Гибридные разностные схемы	171
14.3. Метод неопределенных коэффициентов	175
Список литературы	176
Лекция 15. Разностные методы для численного решения уравнений в частных производных эллиптического типа	177
15.1. Методы простых итераций	181
Список литературы	192