

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Краткий перечень обозначений	8
Символы, сокращения	8
Глава 1. Многообразия. Пространства аффинной связности	9
1.1. Многообразии. Локальный координатный репер. Риманово пространство	9
1.1.1. Многообразия (основные понятия)	9
1.1.2. Тензоры на многообразии и операции с ними	12
1.1.3. Касательное аффинное пространство. Локальный координатный репер (ЛКР)	15
1.1.4. Многообразия в поле метрического тензора. Риманово пространство	18
1.2. Многообразии как поверхность в евклидовом пространстве. Риманова связность	22
1.2.1. Криволинейные координаты в евклидовом пространстве	22
1.2.2. Поверхности в евклидовом пространстве	24
1.2.3. Дифференцируемое многообразие как поверхность в E_N	26
1.2.4. Пространство аффинной связности	28
1.2.5. Риманова связность	31
1.3. Параллельный перенос и геодезическая	33
1.3.1. Параллельный перенос в пространствах V_S и GV_S	33
1.3.2. Геодезические линии в пространстве аффинной связности	36
Глава 2. Структуры и поля в дифференцируемых многообразиях	38
2.1. Математические основы теории многообразий в поле ЛКР	38
2.1.1. Введение	38
2.1.2. Скобочные обозначения в теории геометрических структур	39
2.1.3. Матрицы связности в пространстве GV_S	40
2.2. Ковариантная производная	42
2.2.1. Тензор ковариантного дифференцирования	42
2.2.2. Примеры операций с ковариантной производной	43
2.3. Дифференциальные операции второго порядка в GV_S . Тензор кривизны	45
2.3.1. Коммутатор абсолютных производных	45
2.3.2. Альтернированная ковариантная производная второго порядка. Тензор кривизны	47

2.3.3. Уравнение девиации геодезических	49
2.3.4. Относительное ускорение в потенциальном поле. Приливные силы в евклидовом пространстве E_3 и на многообразии	51
2.4. Основы теории поверхностей и кривых в евклидовом пространстве и на многообразии.	53
2.4.1. Кривые в евклидовом пространстве. Уравнения Серре–Френе	53
2.4.2. Первая и вторая квадратичные формы	56
2.4.3. Уравнения Гаусса и Петерсона–Кодацци	58
2.4.4. Гауссова кривизна поверхности	61
2.4.5. Связь между различными видами скалярной кривизны	63
2.4.6. Дополнение. Начальные понятия теории поверхностных кривых	65
Глава 3. Тензор кривизны многообразия в поле локального координатного репера	68
3.1. Структура тензора кривизны в пространстве GV_S	68
3.1.1. Введение	68
3.1.2. Тензор кривизны в поле ЛКР	70
3.1.3. Связь тензора кривизны с метрикой в пространстве GV_S	72
3.1.4. Тожество Риччи	75
3.2. Отношения свертки. Тензор Риччи	76
3.2.1. Свертка тензора кривизны	76
3.2.2. Симметрия тензора Риччи	78
3.2.3. Тензор Риччи в поле римановой связности	78
3.2.4. Свертка тензора Риччи. Скалярная кривизна	79
3.3. Ковариантное дифференцирование тензоров кривизны и Риччи	80
3.3.1. Тожества Бьянки	80
3.3.2. Ковариантная дивергенция тензора Риччи. Тензор Гильберта–Эйнштейна	82
3.3.3. Геометрия и физическая реальность. Уравнение Эйнштейна	85
3.3.4. Приложение. Принцип соответствия эйнштейновой и ньютоновой теорий гравитации	88
Глава 4. Теория центрально-симметричных многообразий	92
4.1. Лагранжев формализм в теории римановых пространств.	92
4.1.1. Введение	92
4.1.2. Вариационный принцип и уравнения Эйлера–Лагранжа	92
4.1.3. Уравнения Лагранжа в обобщенных координатах	94
4.1.4. Основные характеристики динамических систем в заданном лагранжевом поле	96
4.1.5. Уравнения движения лагранжевой системы в метрическом пространстве	98

4.2. Уравнения Эйлера–Лагранжа и связности центрально-симметричного многообразия	100
4.2.1. Введение. Функция Лагранжа многообразий с центральной симметрией	100
4.2.2. Связности центрально-симметричного риманова пространства	102
4.2.3. Приложение. Расчет пространственных компонент связности на ЦСМ	104
4.3. Тензоры Риччи и Гильберта–Эйнштейна на ЦСМ	106
4.3.1. Введение. Исходные соотношения	106
4.3.2. Тензор Риччи на ЦСМ	107
4.3.3. Скалярная кривизна и тензор Гильберта–Эйнштейна	109
4.3.4. Уравнения Эйнштейна на ЦСМ	111
4.3.5. Решение уравнений Эйнштейна в свободном пространстве	112
4.3.6. Заключение	114
Глава 5. Поля тензорных источников в римановом пространстве	116
5.1. ТЭИ материи в приближении идеальной жидкости	116
5.1.1. Сплошная среда в пространстве Минковского	116
5.1.2. ТЭИ материи на многообразии	118
5.2. Скалярное поле в римановом пространстве.	120
5.2.1. Уравнение движения и ТЭИ безмассового скалярного поля	120
5.2.2. Сравнение ТЭИ материи и скалярного поля	121
5.3. Скалярное поле в центрально-симметричном римановом пространстве	122
5.3.1. Уравнение Эйлера на ЦСМ	122
5.3.2. Уравнение движения поля	125
5.3.3. Вектор потока ТЭИ	126
5.4. Заключение	129
Список литературы	130