

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Предисловие | 10 |
| Основные обозначения | 11 |
| Глава 1. Множество действительных чисел | 12 |
| § 1.1. Аксиоматика | 12 |
| § 1.2. Верхние и нижние грани числовых множеств | 14 |
| § 1.3. Система вложенных отрезков | 16 |
| § 1.4. Связь между различными принципами непрерывности | 17 |
| § 1.5. Счётные и несчётные множества | 18 |
| Глава 2. Предел последовательности | 21 |
| § 2.1. Определение предела последовательности | 21 |
| § 2.2. Свойства пределов, связанные с неравенствами | 23 |
| § 2.3. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями | 24 |
| § 2.4. Предел монотонной последовательности | 25 |
| § 2.5. Число e | 26 |
| § 2.6. Подпоследовательности | 27 |
| § 2.7. Теорема Больцано–Вейерштрасса | 29 |
| § 2.8. Критерий Коши | 30 |
| § 2.9. Изображение действительных чисел бесконечными десятичными дробями | 31 |
| Глава 3. Предел функции | 36 |
| § 3.1. Понятие функции | 36 |
| § 3.2. Элементарные функции и их классификация | 37 |
| § 3.3. Понятие предела функции | 38 |
| § 3.4. Свойства пределов функции | 40 |

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| § 3.5. Критерий Коши | 41 |
| § 3.6. Односторонние пределы | 42 |
| § 3.7. Пределы монотонных функций | 43 |
| § 3.8. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение функций | 44 |
| Глава 4. Непрерывные функции | 47 |
| § 4.1. Непрерывность функции в точке | 47 |
| § 4.2. Предел и непрерывность сложной функции | 48 |
| § 4.3. Односторонняя непрерывность и точки разрыва | 49 |
| § 4.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке | 50 |
| § 4.5. Обратные функции | 52 |
| § 4.6. Показательная функция | 55 |
| § 4.7. Логарифмическая и степенная функции | 59 |
| § 4.8. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции | 60 |
| § 4.9. Некоторые замечательные пределы | 62 |
| Глава 5. Производные и дифференциалы | 65 |
| § 5.1. Производная | 65 |
| § 5.2. Дифференциал | 66 |
| § 5.3. Геометрический смысл производной и дифференциала | 67 |
| § 5.4. Производная обратной функции | 70 |
| § 5.5. Производная сложной функции | 71 |
| § 5.6. Производные и дифференциалы высших порядков | 73 |
| Глава 6. Свойства дифференцируемых функций | 77 |
| § 6.1. Теоремы о среднем | 77 |
| § 6.2. Формула Тейлора | 79 |
| § 6.3. Раскрытие неопределённостей (правило Лопиталья) | 84 |
| Глава 7. Исследование поведения функций | 88 |
| § 7.1. Монотонность и экстремумы функции | 88 |
| § 7.2. Выпуклость и точки перегиба | 90 |
| § 7.3. Асимптоты | 93 |
| § 7.4. Построение графика функции | 94 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Глава 8. Кривые в трёхмерном пространстве | 96 |
| § 8.1. Векторнозначные функции | 96 |
| § 8.2. Кривая | 101 |
| § 8.3. Длина дуги кривой | 104 |
| § 8.4. Кривизна, главная нормаль, соприкасающаяся плоскость | 106 |
| | |
| Глава 9. Неопределённый интеграл | 112 |
| § 9.1. Первообразная и неопределённый интеграл | 112 |
| § 9.2. Методы интегрирования | 114 |
| § 9.3. Комплексные числа | 115 |
| § 9.4. Разложение многочлена на множители | 117 |
| § 9.5. Разложение правильных рациональных дробей на простейшие | 119 |
| § 9.6. Интегрирование рациональных дробей | 121 |
| § 9.7. Интегрирование некоторых иррациональных функций | 123 |
| | |
| Глава 10. Функции многих переменных | 127 |
| § 10.1. Метрическое пространство \mathbb{R}^n | 127 |
| § 10.2. Открытые и замкнутые множества | 131 |
| § 10.3. Предел функции многих переменных | 135 |
| § 10.4. Функции, непрерывные в точке | 138 |
| § 10.5. Функции, непрерывные на множестве | 140 |
| | |
| Глава 11. Дифференциальное исчисление функций многих переменных | 144 |
| § 11.1. Частные производные и дифференцируемость функций многих переменных | 144 |
| § 11.2. Геометрический смысл дифференциала функции и частных производных | 149 |
| § 11.3. Дифференцируемость сложной функции | 150 |
| § 11.4. Производная по направлению и градиент | 153 |
| § 11.5. Частные производные и дифференциалы высших порядков | 154 |
| § 11.6. Формула Тейлора | 159 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Глава 12. Неявные функции | 162 |
| § 12.1. Неявные функции, определяемые одним уравнением | 162 |
| § 12.2. Система неявных функций | 167 |
| § 12.3. Дифференцируемые отображения | 171 |
| | |
| Глава 13. Экстремумы функций многих переменных | 176 |
| § 13.1. Локальный экстремум | 176 |
| § 13.2. Условный локальный экстремум | 181 |
| | |
| Глава 14. Определённый интеграл | 188 |
| § 14.1. Понятие определённого интеграла | 188 |
| § 14.2. Критерий интегрируемости функции | 190 |
| § 14.3. Свойства интегрируемых функций | 195 |
| § 14.4. Связь между определённым и неопределённым интегралами | 200 |
| § 14.5. Замена переменного и интегрирование по частям | 203 |
| § 14.6. Приложения определённого интеграла | 205 |
| § 14.7. Несобственные интегралы | 211 |
| § 14.8. Приближение интегрируемых функций ступенчатыми и непрерывными | 220 |
| | |
| Глава 15. Числовые ряды | 225 |
| § 15.1. Сходимость числового ряда | 225 |
| § 15.2. Числовые ряды с неотрицательными членами | 227 |
| § 15.3. Абсолютно сходящиеся ряды | 233 |
| § 15.4. Сходящиеся знакопеременные ряды | 236 |
| § 15.5. Последовательности и ряды с комплексными членами | 241 |
| | |
| Глава 16. Функциональные последовательности и ряды | 243 |
| § 16.1. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов | 243 |
| § 16.2. Признаки равномерной сходимости рядов | 247 |
| § 16.3. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов | 251 |

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Глава 17. Степенные ряды | 255 |
| § 17.1. Свойства степенных рядов | 255 |
| § 17.2. Аналитические функции | 259 |
| § 17.3. Разложение функций в ряд Тейлора | 260 |
| § 17.4. Функции e^z , $\sin z$, $\cos z$ комплексного переменного | 267 |
| | |
| Глава 18. Мера множеств в метрическом пространстве \mathbb{R}^n | 271 |
| § 18.1. Определение меры по Жордану | 271 |
| § 18.2. Свойства множеств, измеримых по Жордану | 275 |
| | |
| Глава 19. Кратные интегралы | 281 |
| § 19.1. Определение кратного интеграла и критерий интегрируемости функции | 281 |
| § 19.2. Свойства кратного интеграла | 286 |
| § 19.3. Сведение кратного интеграла к повторному | 289 |
| § 19.4. Геометрический смысл модуля якобиана отображения | 293 |
| § 19.5. Замена переменных в кратном интеграле | 297 |
| | |
| Глава 20. Криволинейные интегралы | 304 |
| § 20.1. Криволинейные интегралы первого рода | 304 |
| § 20.2. Криволинейные интегралы второго рода | 306 |
| § 20.3. Формула Грина | 311 |
| § 20.4. Геометрический смысл знака якобиана плоского отображения | 322 |
| § 20.5. Потенциальные векторные поля | 326 |
| | |
| Глава 21. Элементы теории поверхностей | 332 |
| § 21.1. Гладкие поверхности | 332 |
| § 21.2. Касательная плоскость и нормальная прямая | 335 |
| § 21.3. Преобразование параметров гладкой поверхности | 337 |
| § 21.4. Ориентация гладкой поверхности | 338 |
| § 21.5. Первая квадратичная форма гладкой поверхности | 339 |
| § 21.6. Неявно заданные гладкие поверхности | 340 |
| § 21.7. Кусочно-гладкие поверхности | 341 |
| § 21.8. Ориентация кусочно-гладкой поверхности | 343 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Глава 22. Поверхностные интегралы | 346 |
| § 22.1. Поверхностные интегралы первого рода | 346 |
| § 22.2. Поверхностные интегралы второго рода | 349 |
| | |
| Глава 23. Скалярные и векторные поля | 351 |
| § 23.1. Основные скалярные и векторные поля | 351 |
| § 23.2. Формула Гаусса–Остроградского | 353 |
| § 23.3. Формула Стокса | 358 |
| § 23.4. Потенциальные векторные поля (продолжение) | 361 |
| | |
| Глава 24. Тригонометрические ряды Фурье | 365 |
| § 24.1. Определение ряда Фурье и принцип локализации | 365 |
| § 24.2. Сходимость ряда Фурье | 370 |
| § 24.3. Приближение непрерывных функций многочленами | 379 |
| § 24.4. Почленное дифференцирование и интегрирование; убывание коэффициентов и остатка ряда Фурье | 383 |
| § 24.5. Ряды Фурье $2l$ -периодических функций. Комплексная форма рядов Фурье | 388 |
| | |
| Глава 25. Метрические, нормированные и гильбертовы пространства | 391 |
| § 25.1. Метрические и нормированные пространства | 391 |
| § 25.2. Пространства CL_1 , CL_2 , RL_1 , RL_2 , L_1 , L_2 | 397 |
| § 25.3. Евклидовы и гильбертовы пространства | 404 |
| § 25.4. Ортогональные системы и ряды Фурье по ним | 408 |
| | |
| Глава 26. Интегралы, зависящие от параметра | 420 |
| § 26.1. Интегралы Римана, зависящие от параметра | 420 |
| § 26.2. Равномерная сходимость функции на множестве | 424 |
| § 26.3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра | 427 |
| | |
| Глава 27. Интеграл Фурье и преобразование Фурье | 438 |
| § 27.1. Интеграл Фурье | 438 |
| § 27.2. Преобразование Фурье | 444 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| Глава 28. Обобщённые функции | 448 |
| § 28.1. Пространства D и D' основных и обобщённых функций | 448 |
| § 28.2. Дифференцирование обобщённых функций | 452 |
| § 28.3. Пространства S и S' основных и обобщённых функций | 454 |
| Приложение | 458 |
| Производные основных элементарных функций | 458 |
| Простейшие неопределённые интегралы | 459 |
| Формулы Тейлора для основных элементарных функций | 460 |
| Предметный указатель | 461 |