# ОГЛАВЛЕНИЕ


Предисловие . . . . . . . . . . . . 13

**Глава I. Вещественные числа** . . . . . . . . . . 15

**§ 1. Целые и рациональные числа** . . . . . . . . 16

**§ 2. Бесконечные десятичные дроби и правила их сравнения** 20

2.1. Периодические и апериодические десятичные дроби, иррациональные числа; вещественные числа . . . . . . . . 20

2.2. Правило сравнения вещественных чисел . . . . . . . . 22

2.3. Транзитивность равенств и неравенств. . . . . . . . 26

**§ 3. Множества вещественных чисел, ограниченные сверху или снизу** . . . . . . . . 28

3.1. Верхние и нижние грани, супремумы и инфимумы . . . 28

3.2. Супремум числового множества, ограниченного сверху 39

3.3. Инфимум числового множества, ограниченного снизу 46

**§ 4. Некоторые вспомогательные леммы** . . . . . . . . 48

**§ 5. Сложение вещественных чисел и его свойства** . . . . . . . . 53

5.1. Определение суммы вещественных чисел. . . . . . . . 54

5.2. Свойства суммы . . . . . . . . 57

5.2.1. Переместительное свойство (коммутативность): $\alpha+\beta=\beta+\alpha$ (57). 5.2.2. Сложение с нулём: $\alpha+0=$ $=\alpha$ (57). 5.2.3. Сочетательное свойство (ассоциативность): $(\alpha+\beta)+\gamma=\alpha+(\beta+\gamma)$ (58). 5.2.4. Неравенства для сумм: $\alpha+\gamma>\beta+\gamma$, если $\alpha>\beta$ (59). 5.2.5. Сумма вещественного числа $\alpha$ и противоположного ему числа $-\alpha$: $\alpha+(-\alpha)=0$; разность (60).

**§ 6. Умножение вещественных чисел и его свойства** . . . . . . 63

6.1. Произведение вещественных чисел . . . . . . . . 63

6.1.1. Определение произведения положительных чисел (63). 6.1.2. Умножение при наличии хотя бы одного неположительного сомножителя (65).

6.2. Свойства произведения . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 66
6.2.1. Переместительное свойство (коммутативность): $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$ (66). 6.2.2. Умножение на единицу: $\alpha \cdot 1 = \alpha$ (67). 6.2.3. Сочетательное свойство (ассоциативность): $(\alpha\beta)\gamma = \alpha(\beta\gamma)$ (67). 6.2.4. Распределительное свойство (дистрибутивность): $(\alpha + \beta)\gamma = \alpha\gamma + \beta\gamma$ (70). 6.2.5. Неравенства для произведения: если $\alpha > \beta$, $\gamma > 0$, то $\alpha\gamma > \beta\gamma$ (75).

**§ 7. Степень с целым показателем. Бином Ньютона** . . . . . . . 77
7.1. Существование числа $\alpha^{-1}$, обратного ненулевому вещественному $\alpha$: $\alpha^{-1}\alpha = 1$; частное . . . . . . . . . . . . . . . . . 77
7.2. Определение степеней с целыми показателями и их свойства . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 81
7.3. Бином Ньютона. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 86

**§ 8. Некоторые часто используемые соотношения** . . . . . . . . 88

**§ 9. Наиболее используемые множества вещественных чисел** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 89

**Глава II. Простейшие элементарные функции** . . . . . . . . . 91

**§ 10. Понятие функции** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 91
10.1. Определение функции и примеры . . . . . . . . . . . . . . . 91
10.2. Ограниченность и монотонность функций . . . . . . . . . . 94

**§ 11. Рациональные степени положительных вещественных чисел** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 96
11.1. Арифметический корень $n$-й степени из неотрицательного вещественного числа . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 97
11.2. Основные свойства арифметических корней . . . . . . . . . 101
11.3. Степень с рациональным показателем . . . . . . . . . . . . . 103

**§ 12. Показательная функция** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 107
12.1. Определение показательной функции. . . . . . . . . . . . . . 107
12.2. Свойства показательной функции . . . . . . . . . . . . . . . . 111

**§ 13. Краткие сведения из евклидовой геометрии. Теорема Пифагора. Длина окружности. Число $\pi$** . . . . . . . . . . . . 113
13.1. Точка, прямая, луч, отрезок. Плоскость. Угол . . . . . . . 114
13.2. Параллельные прямые. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 117
13.3. Треугольники . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 118
13.4. Равенство треугольников. Многоугольники и их площади. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 121
13.5. Подобие треугольников. Синус, косинус, тангенс, котангенс . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 123
13.6. Теорема Пифагора. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 126

13.7. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов $30°$, $45°$ и $60°$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 128
13.8. Теорема косинусов . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 129
13.9. Косинус и синус удвоенного и половинного аргументов 131
13.10. Длина окружности; число $\pi$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 133

**§ 14. Радианная мера угла. Алгебраические свойства тригонометрических функций** . . . . . . . . . . . . . . . . . 139
14.1. Радианная мера угла . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 140
14.2. Тригонометрическая окружность . . . . . . . . . . . . . . . . 140
14.3. График функции $\sin\alpha$ при $\alpha \in [0;\pi/2]$ . . . . . . . . . . . . . 143
14.4. Основополагающие тригонометрические тождества . . . 144
14.5. Синус и косинус суммы углов . . . . . . . . . . . . . . . . . . 146
14.6. Возрастание $\sin\alpha$ и убывание $\cos\alpha$ при $0 \leqslant \alpha \leqslant \pi/2$ . . 148
14.7. Формулы удвоенного и половинного аргументов. . . . . . 149
14.8. Неравенство $\sin x < x < \operatorname{tg} x$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 152

**Глава III. Числовая последовательность и её предел** . . . 154

**§ 15. Понятие последовательности; бесконечно большая и бесконечно малая последовательности** . . . . . . . . . . . 154
15.1. Определение последовательности; арифметические операции над последовательностями . . . . . . . . . . . . . . . . 154
15.2. Ограниченные и неограниченные последовательности 155
15.3. Бесконечно большие последовательности . . . . . . . . . . . 156
15.4. Бесконечно малые последовательности . . . . . . . . . . . . 158
15.5. Основные свойства бесконечно малых последовательностей. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 159

**§ 16. Предел последовательности** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 163
16.1. Понятие сходящейся последовательности . . . . . . . . . . . 163
16.2. Основные свойства сходящихся последовательностей . . 167
16.3. Предельный переход в неравенствах . . . . . . . . . . . . . . 171

**§ 17. Монотонные последовательности** . . . . . . . . . . . . . . . 173
17.1. Определение монотонной последовательности; признак её сходимости . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 173
17.2. Примеры . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 175
17.3. Число $e$. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 177

**§ 18. Ограниченные последовательности. Подпоследовательности** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 179
18.1. Подпоследовательности; теорема Больцано–Вейерштрасса . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 179
18.2. Критерий Коши сходимости последовательности . . . . . 185

**Глава IV. Предел функции в точке и на бесконечности (по Гейне)** . . . . . 191

**§ 19. Конечный предел функции (по Гейне)** . . . . . 191
19.1. Определение предела функции в точке (по Гейне) . . . . 191
19.2. Правый и левый пределы функции в точке (по Гейне) 197
19.3. Предел функции при стремлении аргумента к бесконечности (по Гейне) . . . . . 204
19.4. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. . . . . 206
19.5. Предельный переход в неравенствах . . . . . 210

**§ 20. Бесконечно малые и бесконечно большие функции (по Гейне)** . . . . . 212
20.1. Определения бесконечно малых и бесконечно больших функций . . . . . 212
20.2. Основные свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций . . . . . 215
20.3. Взаимосвязь общего и односторонних пределов функции (конечных и бесконечных) . . . . . 218
20.4. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших функций . . . . . 227

**§ 21. Пределы тригонометрических функций** . . . . . 230
21.1. Пределы функций $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{ctg} x$ при $x \to x_0$ $(x_0 \in (-\infty, +\infty))$. . . . . 231
21.2. Первый замечательный предел . . . . . 232

**§ 22. Пределы показательной функции вещественного аргумента** . . . . . 233
22.1. Предел функции $a^x$ при $x \to b$. . . . . 234
22.2. Алгебраические свойства показательной функции . . . . 236
22.3. Предел функции $a^x$ при $x \to \pm\infty$ . . . . . 239
22.4. Второй замечательный предел . . . . . 242

**Глава V. Непрерывность функции** . . . . . 248

**§ 23. Непрерывность функции в точке** . . . . . 248
23.1. Определение непрерывности . . . . . 248
23.2. Арифметические действия над непрерывными функциями . . . . . 252
23.3. Непрерывность сложной функции . . . . . 252

**§ 24. Непрерывность функции на сегменте** . . . . . 254
24.1. Прохождение непрерывной функции через нуль при смене знака (первая теорема Больцано–Коши) . . . . . . . 254

24.2. Прохождение непрерывной функции через промежуточные значения (вторая теорема Больцано–Коши) . . . . . . 257
24.3. Ограниченность функции, непрерывной на сегменте (первая теорема Вейерштрасса) . . . . . . . . . . . . . . . . . . 259
24.4. Достижение функцией, непрерывной на сегменте, своих точных граней (вторая теорема Вейерштрасса) . . . . 261

**§ 25. Обратные функции** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 263
25.1. Определение обратной функции. . . . . . . . . . . . . . . . . . 264
25.2. Условие существования строго монотонной и непрерывной обратной функции. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 266

**§ 26. Логарифм**. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 272
26.1. Определение логарифма. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 272
26.2. Основные свойства логарифмов . . . . . . . . . . . . . . . . . . 273
26.3. Логарифмическая функция . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 275

**§ 27. Обратные тригонометрические функции** . . . . . . . . . . . 276
27.1. Арксинус и арккосинус . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 277
27.2. Арктангенс и арккотангенс . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 279

**§ 28. Классификация точек разрыва** . . . . . . . . . . . . . . . . . . 282
28.1. Устранимый разрыв. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 282
28.2. Разрыв первого рода . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 283
28.3. Разрыв второго рода . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 284

**Глава VI. Производные и их свойства** . . . . . . . . . . . . . . . 287

**§ 29. Производные** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 287
29.1. Приращения аргумента и функции; разностная форма условия непрерывности . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 287
29.2. Определение производной . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 288
29.3. Геометрическая интерпретация . . . . . . . . . . . . . . . . . . 295
29.4. Понятие дифференцируемости функции. . . . . . . . . . . . 296
29.4.1. Определение дифференцируемости (296). 29.4.2. Непрерывность дифференцируемой функции (298).
29.5. Производная суммы, разности, произведения и частного функций . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 299

**§ 30. Производные сложной и обратной функций. Высшие производные, формула Лейбница. Первое правило Лопиталя** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 301
30.1. Производная сложной функции . . . . . . . . . . . . . . . . . . 301
30.2. Производная обратной функции. . . . . . . . . . . . . . . . . . 304
30.3. Таблица производных простейших элементарных функций . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 307

30.4. Упражнения . . . . . . . . . . 308
30.5. Производные высших порядков . . . . . . . . . . 309
30.5.1. Определения и примеры (309). 30.5.2. Производные $n$-го порядка от простейших элементарных функций (310). 30.5.3. Производные $n$-го порядка от произведения; формула Лейбница (311).
30.6. Первое правило Лопиталя: раскрытие неопределённости $\frac{0}{0}$ при $x \to a$ . . . . . . . . . . 313

**Глава VII. Основные теоремы о дифференцируемых функциях** . . . . . . . . . . 316

**§ 31. Простейшие свойства дифференцируемых функций. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши** . . . . . . . . . . 316
31.1. Локальный экстремум функции; теорема Ферма . . . . . 316
31.2. Теоремы Ролля и Лагранжа . . . . . . . . . . 319
31.3. Теорема Коши . . . . . . . . . . 322

**§ 32. Исследование функций и их графиков с помощью производных** . . . . . . . . . . 323
32.1. Достаточное условие постоянства функции . . . . . . . . . . 323
32.2. Признак монотонности функции . . . . . . . . . . 324
32.3. Достаточные условия существования локального экстремума функции; асимптоты . . . . . . . . . . 325
32.4. Направление выпуклости графика функции; точки перегиба . . . . . . . . . . 331
32.5. Радиус кривизны плоской кривой . . . . . . . . . . 341

**§ 33. Первое правило Лопиталя** . . . . . . . . . . 347
33.1. Раскрытие неопределённости 0/0 при $x \to a$ . . . . . . . . 347
33.2. Раскрытие неопределённости 0/0 при $x \to \pm\infty$ . . . . . . 352

**Глава VIII. Формула Тейлора** . . . . . . . . . . 358

**§ 34. Вывод формулы Тейлора. Теорема Тейлора** . . . . . . . . . 358
34.1. Постановка задачи и общая идея метода . . . . . . . . . . 358
34.2. Теорема Тейлора . . . . . . . . . . 361

**§ 35. Формула Маклорена и её приложения** . . . . . . . . . . 365
35.1. Формула Маклорена . . . . . . . . . . 365
35.2. Приложение формулы Маклорена к показательной функции . . . . . . . . . . 366
35.3. Приложение формулы Маклорена к логарифмической функции . . . . . . . . . . 368
35.4. Приложение формулы Маклорена к степенной функции 369

35.5. Приложения формулы Маклорена к арктангенсу и к арксинусу; число $\pi$ . . . 371
35.6. Приложение формулы Маклорена к синусу и косинусу 375
35.7. Приложение формулы Маклорена к раскрытию неопределённостей 0/0 при $x \to 0$ . . . 380

**Глава IX. Простейшие физические приложения производной: уравнения движения по прямой** . . . 382

**§ 36. Расстояния и промежутки времени. Скорость и ускорение. Законы Ньютона. Масса, сила и импульс** . . . 382
36.1. Расстояния и промежутки времени . . . 382
36.2. Мгновенная скорость и мгновенное ускорение . . . 384
36.3. Второй и третий законы Ньютона; масса и сила . . . 389
36.4. Импульс тела и системы тел; закон сохранения импульса; измерение массы . . . 393

**§ 37. Движение под действием некоторых видов сил** . . . 396
37.1. Сухое трение скольжения . . . 396
37.2. Сила упругости при малых деформациях . . . 397
37.3. Вязкое трение . . . 400

**§ 38. Собственные колебания материальной точки** . . . 408
38.1. Гармонические колебания . . . 408
38.2. Затухающие колебания; апериодические движения . . . 411

**§ 39. Вынужденные колебания. Резонанс** . . . 422
39.1. Уравнение вынужденных колебаний . . . 422
39.2. Установившиеся вынужденные колебания; резонанс . . . 426

**§ 40. Переходные процессы** . . . 431

**Глава X. Неопределённый интеграл** . . . 435

**§ 41. Первообразная функция** . . . 435
41.1. Определение первообразной и её единственность (с точностью до аддитивной константы) . . . 435
41.2. Основные свойства неопределённого интеграла . . . 436
41.3. Таблица основных неопределённых интегралов . . . 437

**§ 42. Основные методы отыскания первообразной** . . . 438
42.1. Интегрирование путём разложения на слагаемые . . . 438
42.2. Интегрирование подстановкой . . . 439
42.3. Интегрирование по частям . . . 440
42.4. Соединение различных методов . . . 441
42.5. Примеры для упражнений . . . 443

**§ 43. Интегрирование рациональных выражений** . . . . . . . . . 447
43.1. Интегрирование простых дробей . . . . . . . . . . . . . . . . . . 448
43.2. Метод неопределённых коэффициентов . . . . . . . . . . . . 452
43.3. Метод Остроградского. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 461

**§ 44. Интегрирование иррациональных и тригонометрических выражений** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 466
44.1. Интегралы от выражений вида $R\left(x,\ \sqrt[m]{\dfrac{\alpha x+\beta}{\gamma x+\delta}}\right)$ . . . . . 467
44.2. Интегралы от выражений вида $R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$; подстановки Эйлера. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 471
44.3. Интегралы от выражений вида $R(\sin x, \cos x)$ . . . . . . . . 477

**Глава XI. Конечные пределы функции и непрерывность, по Коши** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 480

**§ 45. Конечные пределы функции по Коши в точке и на бесконечности** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 480
45.1. Определения конечных пределов функции в точке по Коши . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 480
45.2. Эквивалентность определений конечных пределов в точке по Коши и по Гейне . . . . . . . . . . . . . . . . . . 485
45.3. Определение конечных пределов функции на бесконечности (по Коши) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 490
45.4. Эквивалентность определений конечных пределов на бесконечности по Коши и по Гейне . . . . . . . . . . . . . 493

**§ 46. Некоторые локальные свойства функции, имеющей конечный предел в точке** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 498
46.1. Локальная ограниченность функции, имеющей предел в точке . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 498
46.2. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции 501
46.3. Возрастание (убывание) функции в окрестности точки; второе достаточное условие экстремума . . . . . . . . . . . . 502

**§ 47. Критерий Больцано–Коши существования предела функции** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 504

**§ 48. Равномерная непрерывность** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 509
48.1. Определение равномерной непрерывности . . . . . . . . . . 509
48.2. Теорема Кантора . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 512

**Глава XII. Бесконечные пределы функций по Коши**. . . . 515

**§ 49. Определение бесконечных пределов в точке по Коши** 515

**§ 50. Эквивалентность бесконечных пределов в точке по Коши и по Гейне** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 520

**§ 51. Бесконечные пределы на бесконечности по Коши** . . . . 529
51.1. Определения бесконечных пределов функции на бесконечности по Коши . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 529
51.2. Эквивалентность бесконечных пределов функции на бесконечности по Коши и по Гейне . . . . . . . . . . . . . 533

**§ 52. Второе правило Лопиталя: раскрытие неопределённостей $\infty/\infty$** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 541
52.1. Раскрытие неопределённости $\infty/\infty$ при $x \to a$ (или при $x \to a \pm 0$) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 541
52.2. Раскрытие неопределённости $\infty/\infty$ при $x \to \infty$ и при $x \to \pm\infty$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 547
52.3. Раскрытие неопределённостей других видов . . . . . . . . . 554

**Глава XIII. Определённый интеграл** . . . . . . . . . . . . . . . . . 565

**§ 53. Интегральные суммы и интегрируемость** . . . . . . . . . . . 565
53.1. Физические и геометрические задачи, приводящие к понятиям интегральной суммы и определённого интеграла . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 565
53.2. Определение интегральной суммы . . . . . . . . . . . . . . . 568
53.3. Интегрируемость функции на сегменте . . . . . . . . . . . . 571

**§ 54. Критерий интегрируемости по Риману** . . . . . . . . . . . . 575
54.1. Суммы Дарбу . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 576
54.2. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции (по Риману) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 588

**§ 55. Интегрируемость непрерывных, кусочно-непрерывных и монотонных функций** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 595
55.1. Интегрируемость непрерывных функций . . . . . . . . . . . 595
55.2. Интегрируемость кусочно-непрерывных функций . . . . . 596
55.3. Интегрируемость монотонных функций . . . . . . . . . . . . 597

**§ 56. Основные свойства определённого интеграла** . . . . . . . 598
56.1. Интеграл от линейной комбинации и произведения функций . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 598
56.2. Интегрируемость на частичном сегменте . . . . . . . . . . . 601
56.3. Аддитивность определённого интеграла . . . . . . . . . . . . 601
56.4. Оценки определённых интегралов . . . . . . . . . . . . . . . . 603
56.5. Формулы среднего значения . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 605

**§ 57. Основная формула интегрального исчисления (формула Ньютона–Лейбница)** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 607
57.1. Определённый интеграл как функция верхнего предела 607

57.2. Формула Ньютона–Лейбница . . . . . . . . . . . . . . . . . . 610
57.3. Геометрическая интерпретация формулы Ньютона–Лейбница . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 614
57.4. Геометрические приложения определённого интеграла 616

**Глава XIV. Методы вычисления определённых интегралов** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 622

**§ 58. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 622
58.1. Замена переменной . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 622
58.2. Интегрирование по частям . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 624

**§ 59. Приближённые методы вычисления определённого интеграла** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 625
59.1. Формула прямоугольников. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 626
59.2. Формула трапеций. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 631
59.3. Метод парабол (формула Симпсона) . . . . . . . . . . . . . 636
59.4. Примеры . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 647

**Глава XV. Несобственные интегралы**. . . . . . . . . . . . . . . . 652

**§ 60. Интегралы с бесконечными пределами**. . . . . . . . . . . . 652
60.1. Понятие несобственного интеграла первого рода . . . . . 652
60.2. Критерий Коши для сходимости несобственного интеграла первого рода . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 655
60.3. Общий признак сравнения. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 657
60.4. Абсолютная и условная сходимости . . . . . . . . . . . . . . 658
60.5. Признак сходимости Дирихле–Абеля. . . . . . . . . . . . . 660

**§ 61. Интегралы от неограниченных функций** . . . . . . . . . . 665
61.1. Понятие несобственного интеграла второго рода . . . . . 665
61.2. Критерий Коши для сходимости несобственного интеграла второго рода . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 668
61.3. Общий признак сравнения. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 670
61.4. Абсолютная и условная сходимости . . . . . . . . . . . . . . 671

**§ 62. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле; главное значение несобственного интеграла** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 672
62.1. Интегрирование по частям . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 672
62.2. Замена переменной . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 674
62.3. Главное значение несобственного интеграла. . . . . . . . . 679

Заключение. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 681
Список литературы . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 682
Предметный указатель . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 684