ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 6

Введение. Исторические сведения 8

Часть I. Общая теория операторов преобразования

Глава 1. **Предварительные сведения и обозначения** 20

§ 1.1. Специальные функции 20

1.1.1. Гамма-функция, бета-функция, пси-функция, символ Похгаммера и биномиальные коэффициенты 20

1.1.2. Функции Бесселя 23

1.1.3. Гипергеометрическая функция Гаусса 24

1.1.4. Функции Лежандра 25

1.1.5. Функция Миттаг-Леффлера 26

1.1.6. Обобщённые функции гипергеометрического типа 27

§ 1.2. Функциональные пространства. 29

1.2.1. Гёльдеровы функции, абсолютно непрерывные функции, класс AC^n 30

1.2.2. Класс L_p и его свойства 32

1.2.3. Пространства C_{ev}^m, L_p^γ и S_{ev}. Весовые обобщённые функции 33

§ 1.3. Основные интегральные преобразования 37

1.3.1. Преобразование Фурье, синус- и косинус-преобразования, преобразование Ханкеля 37

1.3.2. Пространство Киприянова 37

1.3.3. Преобразование Меллина. Теорема Слейтер 38

§ 1.4. Операторы дробного интегро-дифференцирования 44

1.4.1. Дробные интегралы и производные Римана–Лиувилля и Лиувилля 44

1.4.2. Дробные интегралы и производные Эрдейи–Кобера 46

1.4.3. Дробный интеграл по произвольной функции 47

Глава 2. **Классификация и свойства операторов преобразования** 48

§ 2.1. Операторы преобразования, связанные с операторами Бесселя и второй производной 48

2.1.1. Основные классы дифференциальных уравнений с операторами Бесселя 48

2.1.2. Операторы преобразования Сонина и Пуассона 49

2.1.3. Оператор спуска по параметру для оператора Бесселя 52

§ 2.2. Обобщённый сдвиг и его свойства 54

2.2.1. Операторы обобщённого сдвига, выраженные через степенные ряды, и задача Коши 54

2.2.2. Оператор обобщённого сдвига, связанный с оператором Бесселя 56

2.2.3. Обобщённая свертка 65
2.2.4. Обобщённые сдвиги, связанные с потенциалом 66
§ 2.3. Классификация и свойства различных классов операторов преобразования Бушмана–Эрдейи 70
2.3.1. Операторы преобразования Бушмана–Эрдейи различных классов 70
2.3.2. Интегральные операторы преобразования Бушмана–Эрдейи первого рода и нулевого порядка гладкости 72
2.3.3. Факторизация операторов Бушмана–Эрдейи 80
2.3.4. Унитарность операторов Бушмана–Эрдейи 88
2.3.5. Интегральные операторы преобразования Бушмана–Эрдейи второго рода 92
§ 2.4. Унитарные операторы преобразования Сонина–Катрахова и Пуассона–Катрахова 95
§ 2.5. Весовое сферическое среднее 99
2.5.1. Интегралы по части сферы 99
2.5.2. Многомерный обобщённый сдвиг, весовое сферическое среднее и итерированное весовое сферическое среднее 104
2.5.3. Весовое сферическое среднее как оператор преобразования 107
§ 2.6. Другие типы операторов преобразований 110

Часть II. Применение метода операторов преобразования к решению уравнений в частных производных

Глава 3. **Приложения операторов преобразования Бушмана–Эрдейи** 112
§ 3.1. Приложения операторов преобразования Бушмана–Эрдейи к задачам для уравнения Эйлера–Пуассона–Дарбу и лемме Копсона. . . . 112
§ 3.2. Приложения операторов преобразования к установлению формул связи между решениями дифференциальных уравнений 114
§ 3.3. Приложения операторов преобразования Сонина–Катрахова и Пуассона–Катрахова к решению одной пары интегро-дифференциальных уравнений. 115
§ 3.4. Приложения операторов преобразования к установлению эквивалентности норм пространств Киприянова и весовых пространств Соболева 116
Глава 4. **Общее уравнение Эйлера–Пуассона–Дарбу** 122
§ 4.1. Абстрактное уравнение Эйлера–Пуассона–Дарбу 122
4.1.1. Рекуррентные формулы 122
4.1.2. Оператор Пуассона и абстрактное уравнение ЭПД 124
§ 4.2. Гиперболические уравнения с одной пространственной переменной 126
§ 4.3. Уравнение со спектральным параметром 131
§ 4.4. Первая задача Коши для общего уравнения Эйлера–Пуассона–Дарбу 137
4.4.1. Случай $k > n + |\gamma| - 1$ 138
4.4.2. Случай $k \leqslant n + |\gamma| - 1$ 140
4.4.3. Одномерный случай 142
§ 4.5. Вторая задача Коши для общего уравнения Эйлера–Пуассона–Дарбу 145

§ 4.6. B-ультрагиперболическое уравнение и обобщение теоремы Асгейрссона 148
§ 4.7. Итерированное весовое сферическое среднее и его свойства 153
§ 4.8. Применение тождества для итерированного сферического среднего к задаче компьютерной томографии. 159
§ 4.9. О приложениях весовых сферических средних 162
§ 4.10. Явное построение дробных степеней оператора Бесселя 163

Часть III. Методы построения ОП для оператора Бесселя и родственных операторов

Глава 5. **Композиционный метод построения ОП** 169
§ 5.1. B-гиперболические операторы преобразования 170
§ 5.2. B-эллиптические операторы преобразования. 173
§ 5.3. B-параболические операторы преобразования 175
§ 5.4. Операторы сдвига по параметру типа Лаундеса. 176
Глава 6. **Построение ОП для возмущённого уравнения Бесселя с переменным потенциалом**. 179
§ 6.1. Постановка задачи нахождения интегрального представления решений для возмущённого уравнения Бесселя с переменным потенциалом 179
§ 6.2. Решение основного интегрального уравнения для ядра оператора преобразования 181
§ 6.3. Оценки для случая степенного сингулярного в нуле потенциала . . 187

Список литературы 192