

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	7
-------------------	---

## I. Элементы теории упругой устойчивости

Глава 1. <b>Определение устойчивости по Ляпунову</b> .....	11
1.1. Понятие устойчивости .....	11
1.2. Определение устойчивости по Ляпунову для дискретных систем	12
1.3. Определение устойчивости по Ляпунову для упругих систем . . .	14
1.4. Применение метрических пространств для определения устойчи-	
вости упругих систем .....	16
1.5. Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению . .	17
Глава 2. <b>Уравнения в вариациях для упругого тела</b> .....	19
2.1. Предварительные замечания .....	19
2.2. Эйлеровы и лагранжевы координаты .....	19
2.3. Изменение длины линейного элемента .....	20
2.4. Уравнения нелинейной теории упругости .....	21
2.5. Уравнения в вариациях для упругого тела (уравнения первого	
приближения) .....	23
2.6. Учет поведения нагрузки при составлении уравнений в ва-	
риациях .....	25
Глава 3. <b>Статический и динамический методы исследования</b>	
<b>устойчивости</b> .....	27
3.1. Постановка задачи об устойчивости упругих систем .....	27
3.2. Динамический метод исследования .....	27
3.3. Статический метод исследования устойчивости .....	29
3.4. Примеры применения статического метода .....	29
3.5. Область применения статического метода .....	32
3.6. Примеры применения динамического метода .....	34
Глава 4. <b>Методы построения границ областей устойчивости</b> .....	41
4.1. Предварительные замечания .....	41
4.2. Решение краевой задачи на собственные значения .....	42
4.3. Применение метода разложения по формам собственных коле-	
баний .....	46
4.4. Исследование устойчивости трубопровода с протекающей жид-	
костью .....	50

Глава 5. <b>О влиянии инерционных свойств на устойчивость неконсервативных систем</b> . . . . .	55
5.1. Замечания по распределению массы стержня . . . . .	55
5.2. Выбор расчетных схем при расчетах на устойчивость . . . . .	56
5.3. Влияние на устойчивость координаты расположения сосредоточенной массы . . . . .	60
5.4. Влияние способа приложения нагрузки . . . . .	64
Глава 6. <b>Влияние диссипативных сил на устойчивость неконсервативных систем</b> . . . . .	68
6.1. Особенности неконсервативных задач теории упругой устойчивости . . . . .	68
6.2. Влияние демпфирования на критические значения параметров нагружения . . . . .	70
Глава 7. <b>Исследование устойчивости и послекритического поведения двойного маятника</b> . . . . .	73
7.1. Вывод уравнений движения двойного маятника . . . . .	73
7.2. Анализ положений равновесия . . . . .	74
7.3. Исследование устойчивости тривиального положения системы . . . . .	76
7.4. Исследование устойчивости нетривиальных положений равновесия . . . . .	78
 <b>II. Неконсервативные системы с дополнительными связями и изменяющимися параметрами</b>	
Глава 8. <b>Устойчивость и закритическое поведение двойного маятника с дополнительной связью</b> . . . . .	84
8.1. Вывод уравнений движения . . . . .	84
8.2. Исследование устойчивости положения равновесия . . . . .	86
8.3. Анализ закритического поведения системы . . . . .	92
Глава 9. <b>Устойчивость консольного стержня с упругой связью</b> . . . . .	95
9.1. Стержень с сосредоточенной упругой опорой . . . . .	95
9.2. Границы области дивергенции и флаттера . . . . .	97
Глава 10. <b>Устойчивость сжатого и скрученного консольного стержня с упругой связью</b> . . . . .	103
10.1. Вводные замечания . . . . .	103
10.2. Уравнение возмущенного движения . . . . .	104
10.3. Решение краевой задачи на собственные значения . . . . .	107
10.4. Применение метода разложения по собственным формам . . . . .	109
10.5. Определение критических значений нагрузок . . . . .	112

---

Глава 11. Устойчивость и закритическое поведение панели с дополнительной упругой опорой в сверхзвуковом потоке газа . . . .	119
11.1. Уравнения движения панели в окрестности положения равновесия . . . . .	119
11.2. Анализ зависимости критического усилия и характеристик собственных колебаний панели от жесткости опоры . . . . .	122
11.3. Устойчивость прямолинейной формы равновесия панели . . . . .	125
11.4. Формы флаттера панели . . . . .	129
11.5. Послекритическое поведение панели . . . . .	131
Глава 12. Влияние межопорного расстояния . . . . .	135
12.1. Спектр собственных колебаний системы . . . . .	135
12.2. Устойчивость стержня при действии потенциальной продольной силы . . . . .	138
12.3. Устойчивость стержня при действии следящей и потенциальной сил . . . . .	139
12.4. Исследование устойчивости участка трубопровода . . . . .	142
12.5. Устойчивость плоской формы равновесия панели в сверхзвуковом потоке газа . . . . .	146
Глава 13. Смещающаяся упругая опора . . . . .	151
13.1. Вводные замечания . . . . .	151
13.2. Спектр собственных колебаний системы . . . . .	152
13.3. Устойчивость стержня при действии потенциальной продольной силы . . . . .	154
13.4. Устойчивость стержня при действии следящей и потенциальной сил . . . . .	156
13.5. Устойчивость плоской формы равновесия панели в сверхзвуковом потоке газа . . . . .	159
Глава 14. Устойчивость многопролетной панели в сверхзвуковом потоке газа . . . . .	162
14.1. Постановка задачи . . . . .	162
14.2. Критические параметры . . . . .	166
14.3. Формы флаттера . . . . .	169
 <b>III. Конструкции на упругом основании</b>	
Глава 15. Консольный стержень на упругом основании . . . . .	172
15.1. Критические значения потенциальной и следящей нагрузок . . . .	172
15.2. Области устойчивости для стержня на упругом основании . . . .	178
15.3. Формы флаттера . . . . .	180
Глава 16. Устойчивость панели на сплошном упругом основании в сверхзвуковом потоке газа . . . . .	182
16.1. Постановка задачи . . . . .	182

16.2. Спектр собственных частот панели . . . . .	184
16.3. Критические значения нагрузок и области устойчивости . . . . .	186
<b>Глава 17. Устойчивость панели, частично связанной с упругим основанием, в сверхзвуковом потоке газа . . . . .</b>	<b>189</b>
17.1. Критические значения нагрузок . . . . .	189
17.2. Закритическое поведение панели . . . . .	194
 <b>IV. Применение метода конечных элементов для решения задач устойчивости</b> 	
<b>Глава 18. Принцип Гамильтона–Остроградского и метод конечных элементов . . . . .</b>	<b>200</b>
18.1. МКЭ в задачах устойчивости неконсервативных систем . . . . .	200
18.2. Эквивалентность вариационного принципа Гамильтона–Остроградского и краевой задачи на устойчивость . . . . .	201
18.3. Вывод уравнений МКЭ для возмущенного движения . . . . .	204
18.4. Порядок применения МКЭ для построения границы области устойчивости . . . . .	208
<b>Глава 19. Решение задач устойчивости методом конечных элементов . . . . .</b>	<b>213</b>
19.1. Варианты задачи Бека . . . . .	213
19.2. Распределенные потенциальная и следящая нагрузки . . . . .	215
19.3. Задачи, родственные задаче Реута . . . . .	217
19.4. Панельный флаттер . . . . .	221
19.5. Устойчивость участка трубопровода на упругом основании с протекающей жидкостью . . . . .	226
19.6. Задача Николаи . . . . .	230
Список литературы . . . . .	235