

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	12
-----------------------	----

I. Вероятностные модели

Лекция 1. Основные понятия теории вероятностных моделей	18
1.1. Интуитивное представление об экспериментах и их классификация	18
1.2. Аксиомы выбора элементарных исходов и описание результатов статистически устойчивого эксперимента	21
1.3. Классификация событий	23
Тестовые вопросы к лекции 1	24
Лекция 2. Логические и функциональные связи между допустимыми исходами эксперимента и их интерпретация	27
2.1. Соотношения между случайными событиями	27
2.2. Теоретико-множественные операции над случайными событиями	29
2.3. Основные законы теоретико-множественных операций	32
Тестовые вопросы к лекции 2	32
Лекция 3. Теоретико-множественные модели статистически устойчивых случайных экспериментов	35
3.1. Наблюдаемые случайные события эксперимента и его теоретико-множественная модель	35
3.2. Типы σ -алгебр событий произвольного статистически устойчивого эксперимента E	36
3.3. Методы построения теоретико-множественных моделей статистически устойчивых экспериментов E	37
Тестовые вопросы к лекции 3	40
Лекция 4. Вероятностные модели для априорных экспериментов. Интуитивный и классический подходы	43
4.1. Субъективный способ измерения шанса наступления случайных событий	43
4.2. Определение вероятности для опытов с конечным множеством равновозможных исходов	46

4.3. Задача Даламбера	47
Тестовые вопросы к лекции 4	48
Лекция 5. Вероятностные модели для априорных экспериментов. Геометрический и эмпирический подходы	51
5.1. Вычисление вероятности для испытаний с несчетным числом равновозможных исходов	51
5.2. Эмпирический подход вычисления вероятности случайных событий	54
5.3. Метод имитационного моделирования	56
Тестовые вопросы к лекции 5	56
Лекция 6. Вероятностные модели для априорных экспериментов. Аксиоматический подход	59
6.1. Система аксиом Колмогорова и выбор адекватной вероятностной модели априорных экспериментов	59
6.2. Простейшие свойства вероятностной функции Колмогорова	61
6.3. Задача о туристах	63
Тестовые вопросы к лекции 6	65
Лекция 7. Вероятностные модели для условных экспериментов	67
7.1. Задание условных экспериментов	67
7.2. Унифицированная вероятностная модель	68
7.3. Локализованная вероятностная модель	71
Тестовые вопросы к лекции 7	73
Лекция 8. Формулы и методика вычислений шансов наступления случайных событий	76
8.1. Связь условных и априорных вероятностей. Теорема умножения	76
8.2. Локализованные вероятностные модели классических экспериментов и теорема умножения	77
8.3. Теоремы о полной вероятности и о гипотезах	80
Тестовые вопросы к лекции 8	82
Лекция 9. Статистически независимые события эксперимента	85
9.1. Причинная независимость исходов одного и того же эксперимента и различных экспериментов на содержательном уровне	85
9.2. Математическое описание независимости случайных событий	87
9.3. Фундаментальная роль статистической независимости в теории вероятностных моделей	89
Тестовые вопросы к лекции 9	90

II. Основы теории вероятностей

Лекция 10. Количественные характеристики статистически устойчивых экспериментов	94
10.1. Предел последовательности случайных событий и аксиомы непрерывности	94
10.2. Одномерные случайные величины	97
10.3. Способы задания одномерных случайных величин	100
Тестовые вопросы к лекции 10	102
Лекция 11. Вероятности событий, порожденные одномерной случайной величиной	104
11.1. Свойства интегральной функции распределения одномерной случайной величины	104
11.2. Обоснование введения выборочного вероятностного пространства	109
11.3. Теорема о выборочном вероятностном пространстве	110
Тестовые вопросы к лекции 11	112
Лекция 12. Классификация одномерных случайных величин	115
12.1. Признаки классификации случайных величин	115
12.2. Функциональные характеристики измерителей элементарных исходов с дискретным распределением	116
12.3. Количественные характеристики элементарных исходов с несчетным множеством значений и абсолютно непрерывным распределением	119
12.4. Сингулярные случайные величины	121
Тестовые вопросы к лекции 12	121
Лекция 13. Нестандартные законы распределения и смешанные случайные величины	125
13.1. Интегральная функция распределения сингулярной случайной величины	125
13.2. Смешанные случайные величины	128
13.3. Примеры смешанных случайных величин	129
Тестовые вопросы к лекции 13	131
Лекция 14. Многомерные случайные величины	134
14.1. Понятие о случайных векторах	134
14.2. Двумерная случайная величина и свойства ее интегральной функции распределения	135
14.3. Достаточные условия существования двумерной интегральной функции	139

14.4. Независимость семейства случайных величин	141
Тестовые вопросы к лекции 14	143
Лекция 15. Некоторые типы двумерных случайных величин	146
15.1. Дискретные двумерные случайные величины	146
15.2. Непрерывные двумерные случайные величины	149
15.3. Геометрический смысл плотности распределения непрерывной двумерной случайной величины	151
Тестовые вопросы к лекции 15	153
Лекция 16. Законы распределения количественных характеристик условного эксперимента	156
16.1. Унифицированная вероятностная модель и условные законы распределения случайных величин	156
16.2. Формула полной вероятности для несчетного числа гипотез	159
16.3. Теорема Байеса для несчетного числа гипотез	161
Тестовые вопросы к лекции 16	163
Лекция 17. Числовые характеристики измерителей элементарных исходов случайных экспериментов	166
17.1. Постановка задачи на содержательном уровне	166
17.2. Математическое ожидание случайной величины	167
17.3. Свойства математического ожидания случайной величины	170
Тестовые вопросы к лекции 17	173
Лекция 18. Характеристики степени разброса одномерных случайных величин	176
18.1. Дисперсия случайной величины и ее свойства	176
18.2. Формулы для вычисления дисперсии случайной величины	178
18.3. Начальные и центральные моменты k -го порядка	180
Тестовые вопросы к лекции 18	183
Лекция 19. Вспомогательные числовые характеристики случайных величин	185
19.1. Коэффициент асимметрии, эксцесс	185
19.2. Квантиль порядка p ($0 < p < 1$) и медиана	187
19.3. Мода и наиболее вероятное значение	188
Тестовые вопросы к лекции 19	191
Лекция 20. Характеристики положения и разброса семейства измерителей исходов эксперимента	194
20.1. Математическое ожидание многомерной случайной величины	194
20.2. Смешанный центральный момент второго порядка	195

20.3. Дисперсия многомерной случайной величины	197
Тестовые вопросы к лекции 20	200
Лекция 21. Функциональная зависимость между случайными величинами	203
21.1. Понятие о неслучайных функциях от случайных аргументов	203
21.2. Дискретные одномерные случайные величины и их функциональная зависимость	205
21.3. Непрерывные одномерные случайные величины и их функциональная зависимость	207
21.4. Многомерные случайные величины и их функциональные зависимости	210
Тестовые вопросы к лекции 21	212
Лекция 22. Статистическая зависимость между измерителями случайных экспериментов и элементы теории корреляции	215
22.1. Корреляционная зависимость двух случайных величин	215
22.2. Условное математическое ожидание	219
22.3. Регрессия случайных величин	221
Тестовые вопросы к лекции 22	224
Лекция 23. Наиболее распространенные дискретные случайные величины	226
23.1. Схема испытаний Бернулли	226
23.2. Биномиальная случайная величина	228
23.3. Пуассоновская случайная величина	230
Тестовые вопросы к лекции 23	233
Лекция 24. Наиболее типичные непрерывные случайные величины. Закон Гаусса	236
24.1. Нормальный закон распределения	236
24.2. Свойства вспомогательных числовых характеристик закона Гаусса	239
24.3. Срединное (вероятное) отклонение	241
Тестовые вопросы к лекции 24	244
Лекция 25. Непрерывные случайные величины. Равномерная, показательная и хи-квадрат величины	246
25.1. Равномерный закон распределения	246
25.2. Показательный (экспоненциальный) закон распределения	249
25.3. Распределение хи-квадрат с r степенями свободы	252
Тестовые вопросы к лекции 25	255

Лекция 26. Различные типы сходимостей последовательности случайных величин.	258
26.1. Массовые случайные явления и их предсказание.	258
26.2. Сходимость последовательности случайных величин по вероятности и сходимость с вероятностью единица.	260
26.3. Сходимость в среднеквадратическом и сходимость по распределению.	262
Тестовые вопросы к лекции 26	265
Лекция 27. Аппроксимация случайных величин и их законов распределения.	268
27.1. Классификация предельных теорем для последовательностей случайных величин. Приближенные формулы в биномиальной схеме	268
27.2. Предельные теоремы для последовательности независимых случайных величин.	270
27.3. Центральная предельная теорема Линдберга–Леви.	272
Тестовые вопросы к лекции 27	275
III. Прикладная математическая статистика	
Лекция 28. Предмет математической статистики, ее основные понятия и способы представления выборочных значений.	281
28.1. Связь теории вероятностей и математической статистики.	281
28.2. Неопределяемые или интуитивные понятия в математической статистике.	285
28.3. Способы представления выборочных значений. Вариационные и статистические ряды	287
Тестовые вопросы к лекции 28	289
Лекция 29. Выборочные характеристики статистически устойчивого эксперимента	292
29.1. Вероятностные и статистические (эмпирические) характеристики исходов и измерителей эксперимента	292
29.2. Вычисление эмпирической интегральной функции распределения	293
29.3. Эмпирические законы распределения для дискретных и непрерывных случайных величин.	295
29.4. Статистические (выборочные, эмпирические) числовые характеристики случайной величины	298
Тестовые вопросы к лекции 29	299

Лекция 30. Основы теории точечного оценивания неизвестных параметров и простейшие критерии эффективности оценок	303
30.1. Понятие оценки неизвестного параметра и основные требования к оценкам	303
30.2. Требование несмещенности	304
30.3. Требование состоятельности и эффективности	307
30.4. Простейшие критерии эффективности оценок. Неравенство Рао–Крамера	309
Тестовые вопросы к лекции 30	311
Лекция 31. Построение точечных оценок для неизвестных параметров на основе достаточных статистик	315
31.1. Достаточные статистики	315
31.2. Критерии достаточной статистики	316
31.3. Использование достаточных статистик для построения эффективных оценок параметров распределений	318
31.4. Примеры построения эффективных оценок с использованием достаточных статистик	319
Тестовые вопросы к лекции 31	322
Лекция 32. Методы точечного оценивания неизвестных параметров законов распределений случайных величин	326
32.1. Оценивание неизвестных параметров методом максимального правдоподобия	326
32.2. Способы построения оценок максимального правдоподобия	328
32.3. Метод моментов оценивания неизвестных параметров распределений случайных величин	330
32.4. Способы построения оценок с использованием моментов	331
Тестовые вопросы к лекции 32	333
Лекция 33. Интервальное оценивание неизвестных параметров с помощью стационарной статистики	338
33.1. Определение доверительного интервала, надежности и точности интервального оценивания	338
33.2. Интервальное оценивание с помощью стационарной статистики	339
33.3. Примеры построения доверительных интервалов методом стационарных статистик	341
Тестовые вопросы к лекции 33	345

Лекция 34. Интервальное оценивание неизвестных параметров с использованием точечных оценок и их свойств	350
34.1. Точечная оценка параметра с известным законом распределения и центральные доверительные интервалы	350
34.2. Основное соотношение между надежностью, точностью и объемом повторной выборки при использовании асимптотических свойств точечных оценок	353
34.3. Приближенное вычисление доверительной вероятности, точности и объема повторной выборки при оценке математического ожидания	353
34.4. Приближенное вычисление надежности, доверительного интервала и объема повторной выборки при оценке дисперсии	355
34.5. Приближенное вычисление надежности, доверительного интервала и объема повторной выборки при оценке вероятности	357
Тестовые вопросы к лекции 34	358
Лекция 35. Проверка статистических гипотез и критерии согласия. Простые гипотезы	364
35.1. Понятие статистической гипотезы	364
35.2. Основные принципы построения критериев согласия	366
35.3. Проверка простых гипотез о виде распределения с помощью критерия согласия Колмогорова	369
35.4. Проверка простых гипотез о виде распределения с помощью критерия согласия хи-квадрат Пирсона	370
Тестовые вопросы к лекции 35	372
Лекция 36. Проверка сложных статистических гипотез и критерии значимости	378
36.1. Проверка сложных гипотез о виде распределения методом критерия хи-квадрат Пирсона–Фишера	378
36.2. Применение метода Пирсона–Фишера для решения задачи Хольмберга	380
36.3. Гипотеза независимости двух случайных величин и таблица сопряженности признаков	382
36.4. Проверка независимости двух случайных величин с использованием метода критерия хи-квадрат Пирсона–Фишера . . .	384
Тестовые вопросы к лекции 36	387
 IV. Элементы теории случайных процессов	
Лекция 37. Введение в теорию случайных процессов	398
37.1. Основные понятия	398
37.2. Определение случайного процесса	400

37.3. Задание случайных процессов и их возможная классификация	401
Тестовые вопросы к лекции 37	403
Лекция 38. Случайные процессы с дискретным пространством состояний и с дискретным временем	408
38.1. Марковская цепь и ее конструктивное задание	408
38.2. Абсолютные вероятности и уравнение Колмогорова–Чепмена для цепи Маркова	410
38.3. Эргодическое распределение и стационарные распределения схем Маркова	412
38.4. Схемы Маркова с точки зрения эволюции реальных систем. Геометрическая интерпретация схемы Маркова	414
Тестовые вопросы к лекции 38	417
Заключение.	422
Приложение.	444
Список литературы	454
Предметный указатель	455