

УДК 519.6  
ББК 22.19  
Т89

Турчак Л. И., Плотников П. В. **Основы численных методов:** Учебное пособие. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 304 с. — ISBN 5-9221-0153-6.

Содержит основные сведения о численных методах, необходимые для первоначального знакомства с предметом. Излагаются основы численных методов для систем линейных и нелинейных уравнений, а также дифференциальных и интегральных уравнений. Имеется много задач, примеров и алгоритмов для облегчения понимания логической структуры рассматриваемых методов и их использования в расчетах на компьютерах.

Первое издание — 1987 г.

Для студентов вузов.

Табл. 21. Ил. 83. Библиогр. 66 назв.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	7
Введение . . . . .	10
1 Этапы решения задачи на компьютере (10). 2 Математические модели (12). 3 Численные методы (13).	

### ГЛАВА 1

#### ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

§ 1. Приближенные числа . . . . .	15
1 Числа с плавающей точкой (15). 2 Понятие погрешности (17). 3 Действия над приближенными числами (18).	
§ 2. Погрешности вычислений . . . . .	20
1 Источники погрешностей (20). 2 Уменьшение погрешностей (21). 3 О решении квадратного уравнения (23).	
§ 3. Устойчивость. Корректность. Сходимость . . . . .	26
1 Устойчивость (26). 2 Корректность (27). 3 Неустойчивость методов (28). 4 Понятие сходимости (29). Упражнения (29).	

### ГЛАВА 2

#### АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ

§ 1. Понятие о приближении функций . . . . .	31
1 Постановка задачи (31). 2 Точечная аппроксимация (32). 3 Непрерывная аппроксимация. Равномерное приближение (34). 4 Вычисление многочленов (35).	
§ 2. Использование рядов . . . . .	36
1 Элементарные функции (36). 2 Многочлены Чебышева (39). 3 Рациональные приближения (44).	
§ 3. Интерполирование . . . . .	47
1 Линейная и квадратичная интерполяции (47). 2 Многочлен Лагранжа (49). 3 Многочлен Ньютона (50). 4 Точность интерполяции (54). 5 Сплайны (55). 6 О других формулах интерполяции (58). 7 Функции двух переменных (59).	
§ 4. Подбор эмпирических формул . . . . .	60
1 Характер опытных данных (60). 2 Эмпирические формулы (61). 3 Определение параметров эмпирической зависимости (63). 4 Метод наименьших квадратов (66). 5 Локальное сглаживание данных (69). Упражнения (70).	

ISBN 5-9221-0153-6

© ФИЗМАТЛИТ, 2002, 2003

© Л.И. Турчак, П.В. Плотников, 2002, 2003

## ГЛАВА 3

**ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ**

- § 1. Численное дифференцирование . . . . . 72  
 1 Аппроксимация производных (72). 2 Погрешность численного дифференцирования (73). 3 Использование интерполяционных формул (75). 4 Метод неопределенных коэффициентов (79). 5 Улучшение аппроксимации (81). 6 Частные производные (82).
- § 2. Численное интегрирование . . . . . 85  
 1 Вводные замечания (85). 2 Методы прямоугольников и трапеций (88). 3 Метод Симпсона (91). 4 Использование сплайнов (93). 5 Погрешность численного интегрирования (94). 6 Адаптивные алгоритмы (97). 7 О других методах. Особые случаи (100). 8 Кратные интегралы (102). 9 Метод Монте-Карло (104). Упражнения (106).

## ГЛАВА 4

**СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ**

- § 1. Основные понятия . . . . . 107  
 1 Линейные системы (107). 2 О методах решения линейных систем (110). 3 Другие задачи линейной алгебры (111).
- § 2. Прямые методы . . . . . 113  
 1 Вводные замечания (113). 2 Метод Гаусса (114). 3 Определитель и обратная матрица (120). 4 Метод прогонки (121). 5 О других прямых методах (123).
- § 3. Итерационные методы . . . . . 124  
 1 Уточнение решения (124). 2 Метод простой итерации (126). 3 Метод Гаусса–Зейделя (127).
- § 4. Задачи на собственные значения . . . . . 131  
 1 Основные понятия (131). 2 Метод вращений (135). 3 Трехдиагональные матрицы (139). 4 Частичная проблема собственных значений (141). Упражнения (143).

## ГЛАВА 5

**НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

- § 1. Уравнения с одним неизвестным . . . . . 145  
 1 Вводные замечания (145). 2 Метод деления отрезка пополам (метод бисекции). (146). 3 Метод хорд (148). 4 Метод Ньютона (метод касательных). (149). 5 Метод простой итерации (151).
- § 2. О решении алгебраических уравнений . . . . . 152  
 1 Действительные корни (152). 2 Комплексные корни (153).
- § 3. Системы уравнений . . . . . 154  
 1 Вводные замечания (154). 2 Метод простой итерации и метод Зейделя (155). 3 Метод Ньютона (155). Упражнения (158).

## ГЛАВА 6

**МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**

- § 1. Основные понятия . . . . . 160  
 1 Определения (160). 2 Задачи оптимизации (161). 3 Пример постановки задачи (162).

- § 2. Одномерная оптимизация . . . . . 162  
 1 Задачи на экстремум (162). 2 Методы поиска (164). 3 Метод золотого сечения (166). 4 Метод Ньютона (170).
- § 3. Многомерные задачи оптимизации . . . . . 172  
 1 Минимум функции нескольких переменных (172). 2 Метод покоординатного спуска (174). 3 Метод градиентного спуска (176).
- § 4. Задачи с ограничениями . . . . . 178  
 1 Метод штрафных функций. (178). 2 Линейное программирование (180). 3 Геометрический метод (183). 4 Симплекс-метод (186). 5 Задача о ресурсах (189). Упражнения (192).

## ГЛАВА 7

**ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

- § 1. Основные понятия . . . . . 194  
 1 Постановка задач (194). 2 О методах решения (196). 3 Разностные методы (198).
- § 2. Задача Коши . . . . . 201  
 1 Общие сведения (201). 2 Метод Эйлера (202). 3 Модификации метода Эйлера (205). 4 Методы Рунге–Кутты (207). 5 Многошаговые методы (210). 6 Повышение точности результатов (212).
- § 3. Краевые задачи . . . . . 214  
 1 Предварительные замечания (214). 2 Метод стрельбы (216). 3 Методы конечных разностей (218). Упражнения (222).

## ГЛАВА 8

**УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ**

- § 1. Элементы теории разностных схем . . . . . 224  
 1 Вводные замечания (224). 2 О построении разностных схем (226). 3 Сходимость. Аппроксимация. Устойчивость (230).
- § 2. Уравнения первого порядка . . . . . 236  
 1 Линейное уравнение переноса (236). 2 Квазилинейное уравнение. Разрывные решения (244). 3 Консервативные схемы (250). 4 Системы уравнений. Характеристики (251).
- § 3. Уравнения второго порядка . . . . . 254  
 1 Волновое уравнение (254). 2 Уравнение теплопроводности (258). 3 Понятие о схемах расщепления (262). 4 Уравнение Лапласа (265). Упражнения (269).

## ГЛАВА 9

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

- § 4. Постановка задач . . . . . 271  
 1 Вводные замечания (271). 2 Виды интегральных уравнений (272).
- § 5. Методы решения . . . . . 273  
 1 Методы последовательных приближений (273). 2 Численные методы (275).

§ 6. Сингулярные уравнения . . . . .	278
1 Сингулярные интегралы (278). 2 Численное решение сингулярных интегральных уравнений (282). Упражнения (285).	
Приложение А. Структурограммы . . . . .	286
Приложение Б. Многочлены Чебышева . . . . .	288
Литература . . . . .	290
Предметный указатель . . . . .	293

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Внедрение компьютеров во все сферы человеческой деятельности требует от специалистов разного профиля овладения навыками использования вычислительной техники. Повышается уровень подготовки студентов вузов, которые уже с первых курсов приобщаются к использованию компьютеров и простейших численных методов, не говоря уже о том, что при выполнении курсовых и дипломных работ применение вычислительной техники стало нормой.

Применение компьютеров приобрело сейчас массовый характер. Они используются не только при научных и инженерных расчетах, но и для хранения и обработки информации, при решении ряда других задач и даже в быту. Тем не менее использование компьютера для проведения математических вычислений не потеряло своей актуальности. Причем оно распространилось не только на точные, технические и экономические науки, но и на такие традиционно нематематические специальности, как медицина, лингвистика, психология и др. Возникла многочисленная категория специалистов — пользователей компьютеров, использующих их в качестве вычислительного инструмента и поэтому нуждающихся в литературе по соответствующим дисциплинам.

Одной из основных дисциплин является вычислительная математика. Она изучает методы построения и исследования численных методов решения математических задач, которые моделируют различные процессы.

Численные методы разрабатывают и исследуют, как правило, высококвалифицированные специалисты — математики. Что касается подавляющей части студентов нематематических специальностей и инженерно — технических работников, то для них главным является понимание основных идей, методов, особенностей и областей их применения. Следует также иметь в виду, что указанная категория читателей не обладает достаточными математическими знаниями для подробного исследования численных методов. К тому же в этом нет особой необходимости специалисту — нематематику, использующему численные методы как готовый инструмент в своей практической работе.

В предлагаемом учебном пособии в сжатом виде приводятся основные необходимые сведения о численных методах решения различных прикладных задач. Изложение проводится на доступном для студентов вуза уровне. При необходимости напоминаются основные сведения из курса высшей