

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	9
Введение	11

Часть I. Теоретические основы

Глава 1. Кинематика	19
§ 1.1. Основные соотношения	19
1.1.1. Производные векторов базиса $\{\mathbf{e}_i\}$ по времени (19).	
1.1.2. Абсолютная и локальная производные вектора по времени (21).	
1.1.3. Уравнение, связывающее векторы $\boldsymbol{\omega}$ и \mathbf{k} (23).	
1.1.4. Скорость и ускорение точки осевой линии стержня (24).	
1.1.5. Переменные Лагранжа и Эйлера в механике стержней (26).	
§ 1.2. Кинематические уравнения	29
1.2.1. Кинематические уравнения для скоростей (29).	
1.2.2. Кинематические уравнения для ускорений (32).	
Глава 2. Уравнения движения пространственно-криволинейного стержня	35
§ 2.1. Нелинейные векторные и скалярные уравнения движения	35
2.1.1. Уравнение движения в связанных осях (35).	
2.1.2. Приведение уравнений к безразмерной форме записи (40).	
2.1.3. Уравнения движения в проекциях на координатные оси (скалярные уравнения) (45).	
2.1.4. Уравнения движения в плоскости (46).	
2.1.5. Уравнения движения стержня, имеющего продольное движение (в связанных осях) (47).	
2.1.6. Уравнения движения стержня, вращающегося относительно осевой линии (49).	
2.1.7. Уравнения движения стержня, вращающегося относительно осевой линии и имеющего продольную скорость (50).	

§ 2.2. Уравнения движения стержня относительно состояния равновесия	50
2.2.1. Векторные уравнения в декартовых осях (50).	
2.2.2. Векторные уравнения в связанных осях (52).	
§ 2.3. Уравнения движения стержня с сосредоточенными массами	54
2.3.1. Определение инерционных сил и моментов, зависящих от сосредоточенных масс (54).	
2.3.2. Векторные уравнения движения стержня с учетом сосредоточенных масс (56).	
§ 2.4. Уравнения стационарного движения стержня	56
2.4.1. Векторные уравнения (56).	
2.4.2. Определение критических скоростей стационарного движения стержня (59).	
2.4.3. Плоское стационарное движение стержня (61).	
2.4.4. Стационарное движение стержня в жидкости или воздухе (62).	
2.4.5. Уравнения стационарного движения стержня, имеющего вращение относительно осевой линии (64).	
Глава 3. Малые колебания пространственно-криволинейных стержней	65
§ 3.1. Уравнения малых колебаний стержня	65
3.1.1. Векторные уравнения малых колебаний стержня в связанных осях (66).	
3.1.2. Векторные уравнения малых колебаний стержня в декартовых осях (69).	
3.1.3. Уравнения в проекциях на связанные оси (71).	
3.1.4. Уравнения в проекциях на декартовы оси (72).	
§ 3.2. Уравнения малых колебаний стержня относительно естественного состояния	73
3.2.1. Векторные уравнения в связанных осях (73).	
3.2.2. Уравнения в проекциях на связанные оси (74).	
3.2.3. Векторные уравнения в декартовых осях (74).	
3.2.4. Уравнения в проекциях на декартовы оси (75).	
3.2.5. Уравнения малых колебаний стержней, осевая линия которых есть плоская кривая (75).	
§ 3.3. Уравнения малых колебаний вращающегося стержня	80
3.3.1. Векторные уравнения в связанных осях (80).	
3.3.2. Уравнения в проекциях на связанные оси (81).	
§ 3.4. Уравнения малых колебаний относительно стационарного движения стержня	83
3.4.1. Векторные уравнения в связанной системе координат (83).	
3.4.2. Уравнения в проекциях на связанные оси (84).	
3.4.3. Уравнения малых колебаний стержня, имеющего при стационарном движении плоскую фор-	

му (86).	
3.4.4. Малые колебания стержня относительно стационарного вращения (87).	
Задачи для самостоятельного решения	88
Глава 4. Определение собственных значений и собственных векторов	91
§ 4.1. Определение собственных значений (частот) для консервативных задач	92
4.1.1. Уравнения малых свободных колебаний стержня (92).	
4.1.2. Определение частот (93).	
4.1.3. Метод начальных параметров (101).	
4.1.4. Метод, использующий обобщенные функции (103).	
§ 4.2. Определение собственных значений для неконсервативных задач	115
§ 4.3. Определение собственных векторов	119
4.3.1. Определение собственных векторов для консервативных задач (119).	
4.3.2. Определение собственных векторов для неконсервативных задач (122).	
§ 4.4. Приближенное определение собственных значений	124
4.4.1. Метод, использующий обобщенный принцип возможных перемещений (124).	
4.4.2. Приближенное определение частот для стержня с учетом упругой связи и сосредоточенной массы (135).	
Глава 5. Свободные и вынужденные колебания стержней	141
§ 5.1. Свободные колебания стержней	141
5.1.1. Начальные условия при свободных колебаниях (141).	
5.1.2. Точное численное решение уравнений свободных колебаний стержней (143).	
§ 5.2. Свободные колебания стержня после действия импульсной нагрузки	148
§ 5.3. Вынужденные колебания	154
5.3.1. Установившиеся колебания стержня при гармоническом возбуждении (154).	
5.3.2. Точное численное решение уравнений вынужденных колебаний (162).	
5.3.3. Приближенное решение уравнений вынужденных колебаний (162).	
5.3.4. Приближенное решение уравнений вынужденных установившихся колебаний при действии периодических (не гармонических) сил и моментов (163).	
Задачи для самостоятельного решения	166

Часть II. Прикладные задачи

Глава 6. Прямолинейные стержни	169
§ 6.1. Уравнения малых колебаний прямолинейного стержня	169
6.1.1. Уравнения в связанных осях (169). 6.1.2. Уравнения в декартовых осях (173). 6.1.3. Уравнения изгибно-крутильных колебаний прямолинейных стержней (175). 6.1.4. Уравнения колебаний прямолинейного стержня с учетом инерции вращения и деформаций сдвига (181).	
§ 6.2. Определение собственных значений и собственных векторов при свободных колебаниях прямолинейных стержней	185
6.2.1. Прямолинейные стержни постоянного сечения (185). 6.2.2. Определение собственных значений (частот) (187). 6.2.3. Определение собственных функций (форм колебаний) (188). 6.2.4. Численные методы определения собственных значений и собственных векторов для стержней переменного сечения (189).	
§ 6.3. Малые колебания стержня относительно стационарного движения	193
6.3.1. Уравнения малых колебаний прямолинейного стержня, имеющего продольное движение (193). 6.3.2. Определение частот и форм колебаний (195). 6.3.3. Приближенное определение частот колебаний (197).	
§ 6.4. Свободные колебания вращающегося прямолинейного стержня	202
6.4.1. Уравнения малых свободных колебаний вращающегося прямолинейного стержня круглого сечения (202). 6.4.2. Точный численный метод определения частот (203).	
§ 6.5. Вынужденные колебания прямолинейного стержня	207
6.5.1. Вынужденные установившиеся колебания стержня (208). 6.5.2. Вынужденные неустановившиеся колебания (214). 6.5.3. Вынужденные колебания относительно стационарного движения (217). 6.5.4. Вынужденные колебания, вызванные кинематическим возбуждением (219). 6.5.5. Колебания прямолинейного стержня, вызванные подвижной нагрузкой (220).	
§ 6.6. Параметрические колебания	225
6.6.1. Уравнения параметрических колебаний прямолинейных стержней (225). 6.6.2. Методы исследования уравнений параметрических колебаний систем с одной степенью свободы: метод малого параметра (227). 6.6.3. Метод Рэлея (232). 6.6.4. Метод Рэлея для систем уравнений с периодическими коэффициентами (236).	

§ 6.7. Устойчивость прямолинейных стержней, нагруженных сжимающими силами	241
6.7.1. Устойчивость стержня с промежуточной опорой (241). 6.7.2. Устойчивость сжато-скрученного стержня (247).	
Задачи для самостоятельного решения	255
Глава 7. Задачи динамики стержней, взаимодействующих с потоком воздуха или жидкости	258
§ 7.1. Введение	258
§ 7.2. Аэродинамические силы, действующие на стержень круглого сечения при колебаниях в стационарном потоке	263
7.2.1. Определение проекций аэродинамических сил на декартовы оси (264). 7.2.2. Определение проекций аэродинамических сил на связанные оси (268). 7.2.3. Определение компонент вектора сил Кармана (271).	
§ 7.3. Аэродинамические силы, действующие на стержень некруглого сечения	275
7.3.1. Определение проекций подъемной силы и крутящего момента на декартовы оси (275). 7.3.2. Определение проекций аэродинамических сил и момента на связанные оси (279). 7.3.3. Определение угла атаки (280).	
§ 7.4. Аэродинамические силы при малых колебаниях стержня в потоке	281
§ 7.5. Уравнения малых колебаний стержня в потоке воздуха или жидкости	288
7.5.1. Уравнения малых колебаний пространственно-криволинейного стержня в потоке (288). 7.5.2. Определение собственных значений при колебаниях стержня некруглого сечения в стационарном потоке (294). 7.5.3. Изгибно-крутильные колебания прямолинейного стержня в потоке (295).	
§ 7.6. Нестационарные колебания «жестких» проводов линий электропередачи при действии аэродинамических сил	299
7.6.1. Определение статического напряженно-деформированного состояния «жесткого» провода (301). 7.6.2. Уравнения малых колебаний провода в потоке воздуха (302). 7.6.3. Колебания провода при импульсном нагружении аэродинамическими силами (308). 7.6.4. Колебания провода при внезапном приложении потока (319).	

Глава 8. Стержни, нагруженные внутренним потоком жидкости	326
§ 8.1. Нелинейные уравнения движения пространственно-криволинейного трубопровода	327
§ 8.2. Малые колебания пространственно-криволинейного трубопровода	330
§ 8.3. Определение собственных значений.	334
§ 8.4. Параметрические колебания трубопроводов	341
8.4.1. Уравнения малых колебаний пространственно-криволинейного трубопровода при нестационарном потоке несжимаемой жидкости (341). 8.4.2. Динамическая устойчивость трубопроводов (344).	
Приложение.	348
§ П.1. Вывод уравнения вращения элемента стержня в связанных осях.	348
§ П.2. Выражения для векторов, входящих в аэродинамические силы	351
§ П.3. Выражения для матриц, входящих в аэродинамические силы	354
§ П.4. Аналитические выражения векторов $\mathbf{b}^{(j)}$ при $\beta^0 = 0^\circ$, $\alpha^0 = 90^\circ$	355
Решения задач.	357
К главе 3	357
К главе 5	362
К главе 6	372
Список литературы	382

ПРЕДИСЛОВИЕ

Второй том учебника посвящен динамике стержней — теории и численным методам решения прикладных задач, относящихся к различным отраслям промышленности.

Приводятся выводы нелинейных и линейных уравнений движения стержня при произвольных детерминированных силах и моментах (распределенных, сосредоточенных, «мертвых», следящих); уравнения малых колебаний пространственно-криволинейных стержней, имеющих локальные связи и сосредоточенные массы. (Задачи динамики стержневых элементов конструкций при действии случайных нагрузок рассмотрены в учебнике [17].)

Изложены алгоритмы численного определения собственных значений и собственных векторов для консервативных и неконсервативных систем и методы приближенного численного решения векторных уравнений малых колебаний пространственно-криволинейных стержней.

Изложена теория и приведены численные методы решения задач взаимодействия стержней с потоком воздуха или жидкости (аэроупругие задачи механики стержней).

Колебания стержней в потоке (так же, как и колебания стержней, нагруженных следящими силами), как правило, относятся к неконсервативным задачам механики стержней. В этих задачах возможны неустойчивые режимы колебаний, которые могут быть причиной аварий. Для исследования возможных неустойчивых режимов колебаний необходимо иметь соответствующие уравнения и численные методы их решения.

Практический интерес представляют и задачи взаимодействия криволинейных стержней (трубопроводов) с внутренним потоком жидкости. Более подробно о прикладных задачах динамики стержней сказано во введении.

Первые две главы посвящены соответственно кинематике стержней и выводу нелинейных уравнений движения в векторной и скалярной форме записи.

В третьей главе дается вывод общих уравнений малых колебаний пространственно-криволинейных стержней.