

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	9
Введение	14

Часть I. Теоретические основы

Глава 1. Уравнения равновесия стержней	23
§ 1.1. Нелинейные векторные уравнения равновесия стержней	23
1.1.1. Основные определения и допущения механики гибких стержней (23). 1.1.2. Вывод векторных уравнений равновесия стержня (26). 1.1.3. Уравнение, связывающее векторы \mathbf{M} и \mathbf{k} (29). 1.1.4. Уравнение, связывающее векторы \mathbf{k} и \mathbf{d} (32). 1.1.5. Векторное уравнение перемещений точек осевой линии стержня (32). 1.1.6. Приведение уравнений к безразмерной форме записи (34). 1.1.7. Краевые условия (35).	
§ 1.2. Внешняя нагрузка и ее особенности	36
1.2.1. Различные случаи поведения внешней нагрузки (36). 1.2.2. Определение приращений векторов внешних нагрузок (43).	
§ 1.3. Уравнения равновесия в связанной и декартовой системах координат	47
1.3.1. Векторные уравнения равновесия стержня в связанной системе координат (47). 1.3.2. Уравнения равновесия стержня в проекциях на связанные оси (48). 1.3.3. Частные случаи уравнений равновесия стержня в связанной системе координат (50). 1.3.4. Векторные уравнения равновесия стержня в декартовой системе координат (54). 1.3.5. Уравнения равновесия в проекциях на декартовы оси (55).	
§ 1.4. Уравнения равновесия при малых перемещениях и малых углах поворота	56
1.4.1. Уравнения равновесия в связанной системе координат (56). 1.4.2. Уравнения равновесия нулевого прибли-	

жения в связанной системе координат (59). 1.4.3. Уравнения равновесия нулевого приближения в декартовой системе координат (62). 1.4.4. Определение приращений внешней нагрузки (64).	
§ 1.5. Уравнения равновесия первого приближения в связанной системе координат	66
Задачи для самостоятельного решения.	70
Глава 2. Интегрирование уравнений равновесия стержней	73
§ 2.1. Интегрирование линейных уравнений равновесия	74
§ 2.2. Интегрирование уравнений равновесия стержня, имеющего локальные связи или заданные перемещения сечений	88
2.2.1. Стержень с промежуточными шарнирными опорами (88). 2.2.2. Стержень с промежуточными упругими опорами (90). 2.2.3. Стержень с заданными перемещениями сечений (92).	
§ 2.3. Интегрирование нелинейных уравнений равновесия. Метод последовательных нагружений	94
2.3.1. Метод последовательных нагружений при следящих силах (95). 2.3.2. Метод последовательных нагружений при «мертвых» силах (115).	
Глава 3. Статическая устойчивость стержней	118
§ 3.1. Основные понятия.	118
3.1.1. Состояния равновесия (118). 3.1.2. Примеры потери устойчивости стержней (118).	
§ 3.2. Уравнения равновесия стержня после потери устойчивости	122
3.2.1. Векторные уравнения равновесия стержня после потери устойчивости в связанной системе координат (122). 3.2.2. Определение приращений векторов сил и моментов (125). 3.2.3. Преобразование уравнений к виду, удобному для интегрирования (129).	
§ 3.3. Определение критических нагрузок для пространственно-криволинейных стержней	132
§ 3.4. Потеря устойчивости плоского криволинейного стержня	136
3.4.1. Стержень, осевая линия которого до потери устойчивости есть плоская кривая (136). 3.4.2. Устойчивость плоской формы кольца (138).	
§ 3.5. Устойчивость прямолинейных стержней.	156
3.5.1. Уравнения равновесия прямолинейного стержня после потери устойчивости (161). 3.5.2. Определение критической нагрузки сжато-скрученного стержня (167).	

3.5.3. Стержень, имеющий шарнирные закрепления при $\eta = 1$ (179). 3.5.4. Устойчивость прямолинейных стержней, имеющих локальные связи (180).	
Задачи для самостоятельного решения.	187

Часть II. Прикладные задачи

Глава 4. Прямолинейные стержни	189
§ 4.1. Введение.	189
§ 4.2. Нелинейные уравнения равновесия прямолинейных стержней	194
4.2.1. Нелинейные уравнения равновесия, когда осевая линия нагруженного стержня — пространственная кривая (194). 4.2.2. Нелинейные уравнения равновесия стержня, когда осевая линия нагруженного стержня — плоская кривая (196).	
§ 4.3. Линейные уравнения равновесия прямолинейных стержней	196
§ 4.4. Естественно закрученные прямолинейные стержни	198
4.4.1. Нелинейные векторные уравнения равновесия (198). 4.4.2. Линейные векторные уравнения равновесия (198).	
§ 4.5. Прямолинейные стержни, контактирующие с упругим основанием	200
§ 4.6. Приближенные методы решения задач статики прямолинейных стержней	209
4.6.1. Принцип возможных перемещений (209). 4.6.2. Принцип минимума потенциальной энергии (222). 4.6.3. Метод Ритца (225). 4.6.4. Приближенное решение с использованием множителей Лагранжа (227).	
Задачи для самостоятельного решения.	228
Глава 5. Криволинейные стержни	231
§ 5.1. Плоские криволинейные стержни	231
5.1.1. Уравнения равновесия для случая, когда осевая линия стержня при нагружении остается плоской кривой (231). 5.1.2. Нелинейные уравнения равновесия стержня в связанных осях (232). 5.1.3. Нелинейные уравнения равновесия в декартовых осях (233). 5.1.4. Уравнения равновесия при малых перемещениях точек осевой линии и малых углах поворота сечений (236).	
§ 5.2. Определение НДС стержня, вызванного технологическими погрешностями.	237

5.2.1. Уравнения равновесия стержня после перекрытия зазора (238).	
§ 5.3. Устойчивость гибкого вала при медленном вращении в жестком канале	240
5.3.1. Уравнения равновесия пространственно-криволинейного стержня (241). 5.3.2. Численное исследование равновесия при медленном вращении плоского вала в плоском канале. Вал круглого поперечного сечения (244). 5.3.3. Вал некруглого поперечного сечения (249).	
§ 5.4. Элементарная теория цилиндрических пружин.	255
5.4.1. Винтовой стержень (255). 5.4.2. Линейная теория цилиндрических пружин (257).	
§ 5.5. Общая теория цилиндрических пружин.	262
5.5.1. Интегрирование линейных уравнений равновесия винтового стержня (262). 5.5.2. Определение Q и M при симметричном нагружении пружины распределенными силами (268). 5.5.3. Определение Q и M при несимметричном нагружении (273). 5.5.4. Цилиндрическая пружина с переменным углом подъема $\alpha_0(\eta)$ (275).	
Задачи для самостоятельного решения.	277
Глава 6. Основы аэромеханики стержневых элементов конструкций	
§ 6.1. Введение.	279
§ 6.2. Аэродинамические силы, действующие на стержень, находящийся в потоке.	283
6.2.1. Структура аэродинамических сил и момента (284). 6.2.2. Результаты экспериментальных исследований взаимодействия стержней с потоком (286).	
§ 6.3. Определение проекций аэродинамических сил, действующих на стержень круглого сечения.	292
6.3.1. Определение проекций силы лобового сопротивления \mathbf{q}_n на декартовы оси (295). 6.3.2. Определение проекций силы \mathbf{q}_1 на декартовы оси (298). 6.3.3. Проекция аэродинамической силы \mathbf{q}_n в связанных осях (299).	
§ 6.4. Определение напряженно-деформированного состояния стержня, находящегося в потоке воздуха	307
§ 6.5. Определение проекций аэродинамических сил и момента, действующих на стержень некруглого сечения	320
6.5.1. Угол атаки α_a (321). 6.5.2. Определение проекций векторов \mathbf{q}_{n1} , \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 и $\boldsymbol{\mu}_a$ на декартовы оси (323).	

6.5.3. Определение проекций аэродинамических сил \mathbf{q}_{n1} , \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_L и момента $\boldsymbol{\mu}_a$ на связанные оси (326).	
§ 6.6. Определение проекций аэродинамических сил при произвольном направлении вектора \mathbf{v}_0	328
6.6.1. Проекция аэродинамических сил \mathbf{q}_n и \mathbf{q}_{n1} в декартовых осях (329). 6.6.2. Проекция подъемной силы \mathbf{q}_L в декартовых осях (329). 6.6.3. Проекция векторов \mathbf{q}_{n1} и \mathbf{q}_L в связанных осях (331).	
Глава 7. Статика стержней (трубопроводов), заполненных потоком жидкости.	
§ 7.1. Переменные Лагранжа и Эйлера	332
7.1.1. Переменные Лагранжа (332). 7.1.2. Переменные Эйлера (334).	
§ 7.2. Уравнения равновесия трубопроводов, заполненных потоком жидкости	335
§ 7.3. Влияние потока жидкости на устойчивость прямолинейных трубопроводов	339
Приложение.	
§ П.1. Краткие сведения из векторного анализа и линейной алгебры.	347
П.1.1. Векторный базис и координаты векторов (347). П.1.2. Скалярное произведение векторов (350). П.1.3. Векторное произведение двух векторов (351). П.1.4. Смешанное, или скалярно-векторное произведение трех векторов (353). П.1.5. Двойное векторное произведение (353). П.1.6. Преобразования базисных векторов (354).	
§ П.2. Основные положения дифференциальной геометрии.	360
П.2.1. Геометрическое значение производных радиус-вектора (360). П.2.2. Пространственная кривая (361). П.2.3. Производные базисных векторов (363). П.2.4. Геометрический смысл компонент вектора \mathbf{k} (364). П.2.5. Уравнения, связывающие κ_i с углами ϑ_j (368). П.2.6. Производная вектора в связанной системе координат (372).	
§ П.3. Приращения компонент векторов при изменении положения связанных осей	373
§ П.4. Элементарные обобщенные функции	375
П.4.1. δ -функция (375). П.4.2. Безразмерная δ -функция (376). П.4.3. Функция Хевисайда (378). П.4.4. Ли-	

нейные операции с использованием δ -функции (378).	
П.4.5. Интеграл, зависящий от производной δ -функции (379).	
§ П.5. Определение направляющих косинусов единичного вектора, касательного к осевой линии стержня	380
П.5.1. Осевая линия стержня — плоская кривая (380).	
П.5.2. Осевая линия стержня — пространственная кривая (382).	
Решения задач	383
К главе 1	383
К главе 3	389
К главе 4	396
К главе 5	403
Список литературы	407

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебник посвящен систематическому изложению механики стержней — одному из разделов строительной механики.

Механика стержней относится к одному из фундаментальных научных направлений — механике твердого деформируемого тела. Разделы механики стержней входят в программы дисциплин профессиональной подготовки дипломированных специалистов с высшим техническим образованием по направлениям: 651500 — Прикладная механика (специальность 071 100 — динамика и прочность машин); 652 600 — Ракетостроение и космонавтика (специальности: 160 801 — ракетостроение; 160 802 — космические летательные аппараты и разгонные блоки) и др. Например, разделы механики стержней входят в основные дисциплины профессиональной подготовки бакалавров, магистров и инженеров по специальности 150 301 — динамика и прочность машин: «Строительная механика машин»; «Аналитическая динамика и теория колебаний»; «Устойчивость механических систем»; «Статистическая механика и теория надежности», а также в специальные дисциплины профильной подготовки выпускников ряда кафедр технических университетов.

Появление новых материалов и новых конструкций машин, приборов и аппаратов, рассчитанных на эксплуатацию в экстремальных условиях при высоких скоростях, нагрузках и температурах, потребовало внедрения в расчетную практику новых методов расчета элементов конструкций, в том числе и стержневых элементов с учетом новейших достижений в области прикладной механики твердого деформируемого тела, теории колебаний, теории статической и динамической устойчивости и статистической механики.

Современная вычислительная техника позволяет решать очень сложные прикладные задачи механики стержней из самых разных областей техники.

Рассмотреть в учебнике все возможные частные задачи, относящиеся к механике стержней, практически невозможно. Поэтому акцент делается на изложение теории с иллюстрацией ее